

- Instrucciones:
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 3/4 & 0 \end{pmatrix}$,

siendo a un número real cualquiera.

- (1 punto)** Obtenga la matriz A^{2014} .
- (1.5 puntos)** Para $a = 2$, resuelva la ecuación matricial $A^3 \cdot X - 4B = O$.

EJERCICIO 2

La función de beneficios f , en miles de euros, de una empresa depende de la cantidad invertida x , en miles de euros, en un determinado proyecto de innovación y viene dada por $f(x) = -2x^2 + 36x + 138$, $x \geq 0$.

- (1 punto)** Determine la inversión que maximiza el beneficio de la empresa y calcule dicho beneficio óptimo.
- (0.5 puntos)** Calcule $f'(7)$ e interprete el signo del resultado.
- (1 punto)** Dibuje la función de beneficios $f(x)$. ¿Para qué valor o valores de la inversión, x , el beneficio es de 138 mil euros?

EJERCICIO 3

Una urna, A, contiene siete bolas numeradas del 1 al 7. Otra urna, B, contiene cinco bolas numeradas del 1 al 5. Lanzamos una moneda equilibrada, de forma que si sale cara, extraeremos una bola de la urna A, y, si sale cruz, la extraemos de la urna B.

Calcule las probabilidades de los siguientes sucesos:

- (0.5 puntos)** “La bola haya sido extraída de la urna A y el número sea par”.
- (1 punto)** “El número de la bola extraída sea par”.
- (1 punto)** “La bola sea de la urna A, si ha salido un número par”.

EJERCICIO 4

Se quiere hacer un estudio de mercado para conocer el precio medio de los libros de narrativa que se venden en la actualidad. Para ello se elige una muestra aleatoria de 121 libros, encontrando que tienen un precio medio de 23 €. Se sabe que el precio de los libros de narrativa sigue una distribución Normal con media desconocida y desviación típica 5 €.

- (1.5 puntos)** Obtenga un intervalo de confianza, al 98.8%, para el precio medio de esos libros.
- (1 punto)** ¿Cuántos libros habría que elegir como muestra para que, con la misma confianza, el error máximo de la estimación no excediera de 1€?

- Instrucciones:
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

a) **(1.8 puntos)** Dadas las inecuaciones

$$y \leq x + 5, \quad 2x + y \geq -4, \quad 4x \leq 10 - y, \quad y \geq 0$$

represente el recinto que limitan y calcule sus vértices.

b) **(0.7 puntos)** Obtenga el máximo y el mínimo de la función

$f(x, y) = x + \frac{1}{2}y$ en el recinto anterior, así como los puntos en los que se alcanzan.

EJERCICIO 2

Sea la función f definida por $f(x) = \begin{cases} -bx^2 - bx + a & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{60}{x} & \text{si } x > 2 \end{cases}$.

a) **(1.5 puntos)** Obtenga los valores de a y b para que la función sea continua y derivable.

b) **(1 punto)** Para $a = 48$ y $b = 3$, estudie la monotonía de $f(x)$ y calcule sus extremos.

EJERCICIO 3

Antonio va a la compra dos días de cada cinco. A lo largo del tiempo, ha observado que la fruta está de oferta la tercera parte de los días que va a la compra y la mitad de los días que no va. Elegido un día al azar:

a) **(1.5 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que la fruta esté de oferta ese día?

b) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que ese día Antonio vaya a la compra o la fruta esté de oferta.

EJERCICIO 4

(2.5 puntos) Un titular de prensa afirma que el 70% de los jóvenes de una ciudad utilizan las redes sociales para comunicarse.

Para contrastar la veracidad de tal afirmación se toma una muestra aleatoria de 500 jóvenes de esa ciudad, y se obtiene que 340 de ellos utilizan la red para comunicarse.

Analice mediante un contraste de hipótesis bilateral, ($H_0 : p = 0.7$), si se puede aceptar, con un nivel de significación del 1%, que dicha afirmación es cierta.