



Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- Elija cuatro de los ocho ejercicios propuestos de al menos tres bloques distintos. Se corregirán los cuatro primeros ejercicios que aparezcan en el examen y que cumplan el requisito anterior.
- En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada.
- Todos los resultados deben estar suficientemente justificados.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma.

Este examen consta de 4 Bloques (A, B, C y D)

Deberá responder a cuatro ejercicios de entre los ocho propuestos con la condición de que pertenezcan al menos a 3 bloques distintos. En caso de responder a más ejercicios de los requeridos, serán tenidos en cuenta los respondidos en primer lugar.

BLOQUE A

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Un cocinero tiene que hacer el postre para una cena y le han encargado dos de sus mejores creaciones: *Delicia Roja* y *Delicia Negra*. Para elaborar 1 kg de *Delicia Roja* son necesarias 3 tarrinas de fresas y 1 tableta de chocolate y para elaborar 1 kg de *Delicia Negra* se necesita 1 tarrina de fresas y 2 tabletas de chocolate. Dispone de 15 tarrinas de fresas y 10 tabletas de chocolate. Además, la cantidad de *Delicia Negra* no debe ser inferior a 1.5 kg y tampoco debe ser superior al doble de *Delicia Roja*. Si cada kilogramo de *Delicia Roja* le reporta un beneficio de 3 euros y el de *Delicia Negra* 5 euros, averigüe qué cantidad de cada postre debe elaborar para conseguir un beneficio máximo y a cuánto asciende ese beneficio.

EJERCICIO 2

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ a & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = A \cdot A^t$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, siendo a un parámetro real.

- (0.75 puntos)** ¿Para qué valores del parámetro a existe la inversa de la matriz B ?
- (0.75 puntos)** Para $a = 1$, calcule la inversa de la matriz B .
- (1 punto)** Para $a = 1$, resuelva la ecuación matricial $B^t \cdot X + 9C = O$.

BLOQUE B

EJERCICIO 3

- (1.2 puntos)** Calcule la función derivada de cada una de las siguientes funciones:

$$f(x) = \ln(3x^2 - 3) + \frac{1 - 2x}{x + 2} \qquad g(x) = 2e^{x^3} + x^2(3x + 4)^3$$

- (1.3 puntos)** Calcule las ecuaciones de las rectas tangentes a las gráficas de las funciones $h(x) = x^2 + 1$ y $p(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$, en el punto de abscisa $x = 1$. ¿En qué punto se cortan ambas rectas?

EJERCICIO 4

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} ax + \frac{1}{2} & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{x + 1}{x + 3} & \text{si } -1 < x \leq 1 \\ x^2 - bx & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- (1.5 puntos)** Halle a y b para que la función sea continua en todo su dominio. Para esos valores de a y b , ¿es f derivable en $x = -1$? ¿Y en $x = 1$?
- (0.5 puntos)** Para $a = -1$ y $b = 4$, estudie la monotonía de la función f .
- (0.5 puntos)** Para $a = -1$ y $b = 4$, calcule $\int_1^2 f(x) dx$.



BLOQUE C

EJERCICIO 5

Tres personas se encargan de los cobros de la caja de un supermercado. El mes pasado, la primera de ellas realizó el 30 % de los cobros, la segunda el 45 % y la tercera el resto. La dirección del supermercado ha comprobado que de los cobros realizados por la primera persona, el 1 % son erróneos, que la segunda cometió errores en el 3 % de los cobros y la tercera en el 2 %.

- (1.5 puntos)** Calcule la probabilidad de que un cobro elegido al azar haya sido erróneo.
- (1 punto)** Se elige al azar un cobro correcto. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido realizado por la segunda persona?

EJERCICIO 6

En un centro de enseñanza secundaria, el 11 % de los profesores ocupan cargos directivos y el 13 % pertenecen a alguna comisión. Además, el 6 % ocupan un cargo directivo y pertenecen a alguna comisión.

- (1 punto)** ¿Cuál es el porcentaje de profesores que pertenecen a alguna comisión y no ocupan ningún cargo directivo?
- (1 punto)** Calcule el porcentaje de profesores que no ocupan cargos directivos ni pertenecen a ninguna comisión.
- (0.5 puntos)** De los profesores que ocupan un cargo directivo, ¿qué porcentaje pertenece a alguna comisión?

BLOQUE D

EJERCICIO 7

La distancia en kilómetros recorrida al día por los vehículos de una empresa de coches de alquiler sigue una distribución Normal de media desconocida y varianza 225. Se toma una muestra aleatoria simple de 36 coches y se obtiene el intervalo de confianza (153.65, 162.35) para la media poblacional.

- (1 punto)** Calcule la media muestral y el error máximo de estimación para ese intervalo de confianza.
- (0.5 puntos)** Si con el mismo nivel de confianza, aumentamos el tamaño muestral, ¿cómo se vería afectado el error?
- (1 punto)** Con un nivel de confianza del 95 %, ¿cuál debería ser el tamaño mínimo de la muestra para que el error cometido sea inferior a 3 km?

EJERCICIO 8

El tiempo de espera para ser atendido en un servicio hospitalario es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal con desviación típica de 2 meses. Tomada una muestra al azar de 9 pacientes que han utilizado ese servicio, se han registrado los siguientes tiempos de espera en meses:

8.5 3.7 4.3 3.6 5.6 4.8 1.0 1.4 6.0

- (1.5 puntos)** Determine un intervalo de confianza al 95 % para el tiempo de espera medio poblacional.
- (1 punto)** Con un nivel de confianza del 97 %, ¿qué tamaño muestral mínimo se ha de tomar para que el error máximo cometido en la estimación del tiempo de espera medio poblacional no exceda de un mes?