

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	BACHILLERATO MATEMÁTICAS II
---	--	--

Instrucciones:	a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B . c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
-----------------------	--

Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Sea $\text{Ln}(1 - x^2)$ el logaritmo neperiano de $1 - x^2$ y sea $f : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \text{Ln}(1 - x^2)$. Calcula la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(0, 1)$.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Se sabe que la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tiene un extremo relativo en el punto de abscisa $x = 0$ y que su gráfica tiene un punto de inflexión en el punto de abscisa $x = -1$. Conociendo además que $\int_0^1 f(x) dx = 6$, halla a , b y c .

Ejercicio 3. Considera los vectores $\vec{u} = (1, 1, 1)$, $\vec{v} = (2, 2, a)$ y $\vec{w} = (2, 0, 0)$.

(a) [1'25 puntos] Halla los valores de a para los que los vectores \vec{u} , \vec{v} y \vec{w} son linealmente independientes.

(b) [1'25 puntos] Determina los valores de a para los que los vectores $\vec{u} + \vec{v}$ y $\vec{u} - \vec{w}$ son ortogonales.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Sabiendo que las rectas

$$r \equiv x = y = z \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x = 1 + \mu \\ y = 3 + \mu \\ z = -\mu \end{cases}$$

se cruzan, halla los puntos A y B , de r y s respectivamente, que están a mínima distancia.



Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. Dadas la parábola de ecuación $y = 1 + x^2$ y la recta de ecuación $y = 1 + x$, se pide:

- (a) [1'5 puntos] Área de la región limitada por la recta y la parábola.
- (b) [1 punto] Ecuación de la recta paralela a la dada que es tangente a la parábola.

Ejercicio 2. Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (x + 3)e^{-x}$.

- (a) [0'5 puntos] Halla las asíntotas de la gráfica de f .
- (b) [1'5 puntos] Determina los extremos relativos de f y los puntos de inflexión de su gráfica.
- (c) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de f .

Ejercicio 3. Sean C_1 , C_2 y C_3 las columnas primera, segunda y tercera, respectivamente, de una matriz cuadrada A de orden 3 cuyo determinante vale 5. Calcula, indicando las propiedades que utilices:

- (a) [0'5 puntos] El determinante de A^3 .
- (b) [0'5 puntos] El determinante de A^{-1} .
- (c) [0'5 puntos] El determinante de $2A$.
- (d) [1 punto] El determinante de una matriz cuadrada cuyas columnas primera, segunda y tercera son, respectivamente, $3C_1 - C_3$, $2C_3$ y C_2 .

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Determina el punto P de la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{3}$ que equidista de los planos

$$\pi_1 \equiv x + y + z + 3 = 0 \quad \text{y} \quad \pi_2 \equiv \begin{cases} x = -3 + \lambda \\ y = -\lambda + \mu \\ z = -6 - \mu. \end{cases}$$



Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Calcula

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{Ln}(1+x) - \text{sen } x}{x \cdot \text{sen } x},$$

siendo $\text{Ln}(1+x)$ el logaritmo neperiano de $1+x$.

Ejercicio 2. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = e^{x/3}$.

- (a) [1 punto] ¿En qué punto de la gráfica de f la recta tangente a ésta pasa por el origen de coordenadas? Halla la ecuación de dicha recta tangente.
- (b) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto acotado que está limitado por la gráfica de f , la recta tangente obtenida y el eje de ordenadas.

Ejercicio 3. Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) [1'25 puntos] ¿Para qué valores de m tiene solución la ecuación matricial $A \cdot X + 2B = 3C$?
- (b) [1'25 puntos] Resuelve la ecuación matricial dada para $m = 1$.

Ejercicio 4. Se sabe que los puntos $A(1, 0, -1)$, $B(3, 2, 1)$ y $C(-7, 1, 5)$ son vértices consecutivos de un paralelogramo $ABCD$.

- (a) [1 punto] Calcula las coordenadas del punto D .
- (b) [1'5 puntos] Halla el área del paralelogramo.



Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Sea $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = (x - 1)\text{Ln}(x)$, donde $\text{Ln}(x)$ es el logaritmo neperiano de x . Calcula la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(1, -3/2)$.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Estudia la derivabilidad de la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1 - |x|} & \text{si } x \neq -1 \text{ y } x \neq 1, \\ 0 & \text{si } x = -1 \text{ o } x = 1. \end{cases}$$

Ejercicio 3. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

- (a) [1'25 puntos] Siendo I la matriz identidad de orden 3, calcula los valores de λ para los que la matriz $A + \lambda I$ no tiene inversa.
- (b) [1'25 puntos] Resuelve el sistema $A \cdot X = 3X$ e interpreta geoméricamente el conjunto de todas sus soluciones.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Los puntos $A(1, 1, 0)$ y $B(2, 2, 1)$ son vértices consecutivos de un rectángulo $ABCD$. Además, se sabe que los vértices C y D están contenidos en una recta que pasa por el origen de coordenadas. Halla C y D .

	<p>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p>BACHILLERATO MATEMÁTICAS II</p>
--	---	--

<p>Instrucciones:</p>	<p>a) Duración: 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
------------------------------	--

Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Se sabe que la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tiene un punto de derivada nula en $x = 1$ que no es extremo relativo y que $f(1) = 1$. Calcula a , b y c .

Ejercicio 2. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2 - 2x + 2$.

(a) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 3$.

(b) [1'75 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f , la recta tangente obtenida y el eje OY.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 0 \\ 1 & 5 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & -3 \end{pmatrix},$$

halla la matriz X que cumple que $A \cdot X = (B \cdot A^t)^t$.

Ejercicio 4. Considera el punto $P(-2, 3, 0)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x + y + z + 2 = 0 \\ 2x - 2y + z + 1 = 0. \end{cases}$

(a) [1 punto] Halla la ecuación del plano que pasa por P y contiene a la recta r .

(b) [1'5 puntos] Determina el punto de r más próximo a P .



Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Se sabe que la función $f : (0, 3) \rightarrow \mathbb{R}$ es derivable en todo punto de su dominio, siendo

$$f'(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{si } 0 < x \leq 2, \\ -x + 3 & \text{si } 2 < x < 3, \end{cases}$$

y que $f(1) = 0$. Halla la expresión analítica de f .

Ejercicio 2. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función continua definida por

$$f(x) = \begin{cases} |2 - x| & \text{si } x < a, \\ x^2 - 5x + 7 & \text{si } x \geq a, \end{cases}$$

donde a es un número real.

- (a) [0'5 puntos] Determina a .
- (b) [2 puntos] Halla la función derivada de f .

Ejercicio 3. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m^2 & 1 & 1 \\ m & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:

- (a) [1 punto] Determina los valores de m para los que la matriz A tiene inversa.
- (b) [1'5 puntos] Calcula, si es posible, la matriz inversa de A para $m = 2$.

Ejercicio 4. Considera una recta r y un plano π cuyas ecuaciones son, respectivamente,

$$\left. \begin{array}{l} x = t \\ y = t \\ z = 0 \end{array} \right\} (t \in \mathbb{R}) \quad \left. \begin{array}{l} x = \alpha \\ y = \alpha \\ z = \beta \end{array} \right\} (\alpha, \beta \in \mathbb{R}).$$

- (a) [1'25 puntos] Estudia la posición relativa de la recta r y el plano π .
- (b) [1'25 puntos] Dados los puntos $B(4, 4, 4)$ y $C(0, 0, 0)$, halla un punto A en la recta r de manera que el triángulo formado por los puntos A , B y C sea rectángulo en B .



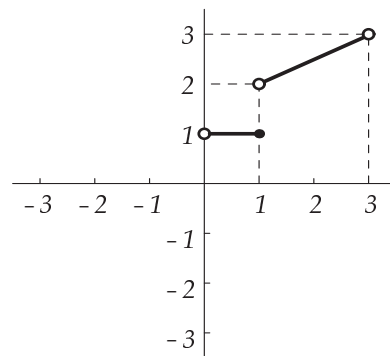
Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. En la figura adjunta puedes ver representada parte de la gráfica de una función f que está definida en el intervalo $(-3, 3)$ y que es simétrica respecto al origen de coordenadas.

- (a) [0'75 puntos] Razona cuál debe ser el valor de $f(0)$.
- (b) [0'75 puntos] Completa la gráfica de f .
- (c) [1 punto] Halla $f'(x)$ para los $x \in (-3, 3)$ en los que dicha derivada exista.



Ejercicio 2. [2'5 puntos] Se sabe que la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$ tiene máximo absoluto en el punto de abscisa $x = 1$, que su gráfica pasa por el punto $(1, 4)$ y que $\int_{-1}^3 f(x) dx = \frac{32}{2}$. Halla a, b y c .

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Determina razonadamente los valores de m para los que el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} 2x + y + z &= mx \\ x + 2y + z &= my \\ x + 2y + 4z &= mz \end{aligned} \right\}$$

tiene más de una solución.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $(3, 1, -1)$, es paralela al plano $3x - y + z = 4$ y corta a la recta intersección de los planos $x + z = 4$ y $x - 2y + z = 1$.



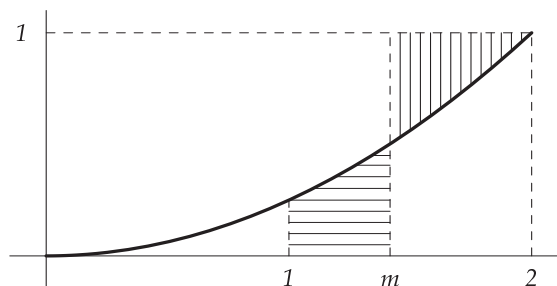
Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Se sabe que la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ es tal que $f(0) = 4$ y que su gráfica tiene un punto de inflexión en $(1, 2)$. Conociendo además que la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$ es horizontal, calcula a , b , c y d .

Ejercicio 2. [2'5 puntos] En la figura adjunta puedes ver representada en el intervalo $[0, 2]$ la gráfica de la parábola de ecuación $y = x^2/4$. Halla el valor de m para el que las áreas de las superficies rayadas son iguales.



Ejercicio 3.

- [1 punto] Se sabe que el determinante de una matriz cuadrada A de orden 3 vale -2 . ¿Cuánto vale el determinante de la matriz $4A$?
- [1'5 puntos] Dada la matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ \lambda & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$, ¿para qué valores de λ la matriz $3B + B^2$ no tiene inversa?

Ejercicio 4. Considera la recta $r \equiv \begin{cases} x + y - z = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv x - 2y + z = 0$.

- [1 punto] Calcula el haz de planos que contienen a la recta r .
- [1'5 puntos] Halla el plano que contiene a la recta r y corta al plano π en una recta paralela al plano $z = 0$.

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	BACHILLERATO MATEMÁTICAS II
---	--	--

Instrucciones:	<p>a) Duración: 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
-----------------------	--

Opción A

Ejercicio 1. Sea la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & \text{si } x \leq 1, \\ 2 - x^2 & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

- (a) [1'25 puntos] Calcula, si es posible, las derivadas laterales de f en $x = 1$.
- (b) [1'25 puntos] Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función f .

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Determina el valor positivo de λ para el que el área del recinto limitado por la parábola $y = x^2$ y la recta $y = \lambda x$ es 1.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} x + my - z &= -2 + 2my \\ mx - y + 4z &= 5 + 2z \\ 6x - 10y - z &= -1. \end{aligned} \right\}$$

- (a) [1'5 puntos] Discute las soluciones del sistema según los valores de m .
- (b) [1 punto] Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

Ejercicio 4. Se sabe que el plano Π corta a los semiejes positivos de coordenadas en los puntos A , B y C , siendo las longitudes de los segmentos OA , OB y OC de 4 unidades, donde O es el origen de coordenadas.

- (a) [0'75 puntos] Halla la ecuación del plano Π .
- (b) [1 punto] Calcula el área del triángulo ABC .
- (c) [0'75 puntos] Obtén un plano paralelo al plano Π que diste 4 unidades del origen de coordenadas.



Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \sqrt[3]{x}$.

- (a) [0'5 puntos] Calcula la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.
- (b) [0'5 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y la recta tangente obtenida.
- (c) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 2. Considera la función f definida para $x \neq -2$ por $f(x) = \frac{2x^2 + 2}{x + 2}$.

- (a) [1'25 puntos] Halla las asíntotas de la gráfica de f .
- (b) [1'25 puntos] Estudia la posición relativa de la gráfica de f respecto de sus asíntotas.

Ejercicio 3. Considera la matriz

$$M(x) = \begin{pmatrix} 2^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

donde x es un número real.

- (a) [1'5 puntos] ¿Para qué valores de x existe $(M(x))^{-1}$? Para los valores de x obtenidos, calcula la matriz $(M(x))^{-1}$.
- (b) [1 punto] Resuelve, si es posible, la ecuación $M(3) \cdot M(x) = M(5)$.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla la perpendicular común a las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = \alpha \\ z = -\alpha \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x = \beta \\ y = 2 + 2\beta \\ z = 0. \end{cases}$$



Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Sea la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 2x^3 - 6x + 4$. Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f y su recta tangente en el punto de abscisa correspondiente al máximo relativo de la función.

Ejercicio 2. Dada la función f definida para $x \neq -1$ por $f(x) = \frac{x^3}{(1+x)^2}$, determina:

- (a) [1'5 puntos] Las asíntotas de la gráfica de f .
- (b) [1 punto] Los puntos de corte, si existen, de dicha gráfica con sus asíntotas.

Ejercicio 3. Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & 3 \\ 4 & 1 & -m \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

- (a) [0'75 puntos] ¿Para qué valores de m existe la matriz A^{-1} ?
- (b) [1 punto] Siendo $m = 2$, calcula A^{-1} y resuelve el sistema $A \cdot X = B$.
- (c) [0'75 puntos] Resuelve el sistema $A \cdot X = B$ para $m = 1$.

Ejercicio 4. Considera el plano $\pi \equiv x - 2y + 1 = 0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x - 3y + z = 0 \\ x - y + az + 2 = 0. \end{cases}$

- (a) [1'25 puntos] Halla el valor de a sabiendo que la recta está contenida en el plano.
- (b) [1'25 puntos] Calcula el ángulo formado por el plano π y la recta $s \equiv \begin{cases} x - 3y + z = 0 \\ x - y + z + 2 = 0. \end{cases}$



Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] De entre todos los rectángulos que tienen uno de sus vértices en el origen de coordenadas, el opuesto de este vértice en la curva $y = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$ ($x > 1$), uno de sus lados situado sobre el semieje positivo de abscisas y otro lado sobre el semieje positivo de ordenadas, halla el que tiene área mínima.

Ejercicio 2. Considera las funciones $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por

$$f(x) = 6 - x^2 \quad \text{y} \quad g(x) = |x|.$$

(a) [0'75 puntos] Dibuja el recinto acotado que está limitado por las gráficas de f y g .

(b) [1'75 puntos] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Una empresa cinematográfica dispone de tres salas, A , B y C . Los precios de entrada a estas salas son de 3, 4 y 5 euros, respectivamente. Un día la recaudación conjunta de las tres salas fue de 720 euros y el número total de espectadores fue de 200. Si los espectadores de la sala A hubieran asistido a la sala B y los de la sala B a la sala A , se hubiese obtenido una recaudación de 20 euros más. Calcula el número de espectadores que acudió a cada una de las salas.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla la ecuación de una circunferencia que pase por el punto $(-1, -8)$ y sea tangente a los ejes coordenados.
