	<p>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</p> <p>PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p>PLANES DE 1994 y DE 2002</p> <p>MATEMÁTICAS II</p>
---	---	---

<p>Instrucciones:</p>	<p>a) Duración: 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
------------------------------	--

Opción A

Ejercicio 1. De la función $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ se sabe que $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$ y que $f(2) = 0$.

- (a) [1'25 puntos] Determina f .
- (b) [1'25 puntos] Halla la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(0, 1)$.

Ejercicio 2. Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (x+1)(x-1)(x-2)$.

- (a) [1 punto] Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.
- (b) [1'5 puntos] Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de f . ¿Tiene puntos de inflexión la gráfica de f ?

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} mx - y &= 1 \\ x - my &= 2m - 1 \end{aligned} \right\}$$

- (a) [1'5 puntos] Clasifica el sistema según los valores de m .
- (b) [1 punto] Calcula los valores de m para los que el sistema tiene una solución en la que $x = 3$.

Ejercicio 4. Sean los puntos $A(1, 2, 1)$, $B(2, 3, 1)$, $C(0, 5, 3)$ y $D(-1, 4, 3)$.

- (a) [1 punto] Prueba que los cuatro puntos están en el mismo plano. Halla la ecuación de dicho plano.
- (b) [0'75 puntos] Demuestra que el polígono de vértices consecutivos $ABCD$ es un rectángulo.
- (c) [0'75 puntos] Calcula el área de dicho rectángulo.



Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. Se sabe que la función $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & \text{si } -1 < x < 0, \\ \frac{x^2 + a}{x + 1} & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

es continua en $(-1, +\infty)$.

- [1'25 puntos] Halla el valor de a . ¿Es f derivable en $x = 0$?
- [1'25 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .


Ejercicio 2. [2'5 puntos] Determina b sabiendo que $b > 0$ y que el área de la región limitada por la curva $y = x^2$ y la recta $y = bx$ es igual a $9/2$.

Ejercicio 3. Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- [1'25 puntos] Calcula $A \cdot B$, $A \cdot C$, $A^t \cdot B^t$ y $C^t \cdot A^t$, siendo A^t , B^t y C^t las matrices transpuestas de A , B y C , respectivamente.
- [1'25 puntos] Razona cuáles de las matrices A , B , C y $A \cdot B$ tienen matriz inversa y en los casos en que la respuesta sea afirmativa, halla la correspondiente matriz inversa.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Dados los vectores $\vec{u} = (2, 1, 0)$ y $\vec{v} = (-1, 0, 1)$, halla un vector unitario \vec{w} que sea coplanario con \vec{u} y \vec{v} y ortogonal a \vec{v} .

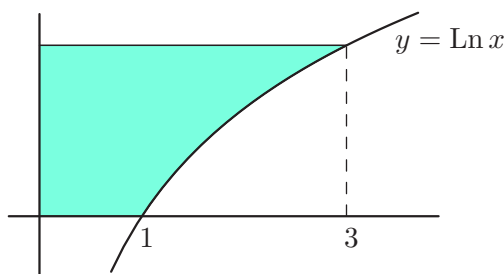
	<p align="center">UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p align="center">PLANES DE 1994 y DE 2002 MATEMÁTICAS II</p>
---	---	---

<p>Instrucciones:</p>	<p>a) Duración: 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
------------------------------	--

Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Se desea construir una caja cerrada de base cuadrada con una capacidad de 80 cm^3 . Para la tapa y la superficie lateral se usa un material que cuesta $1\text{€}/\text{cm}^2$ y para la base se emplea un material un 50% más caro. Halla las dimensiones de la caja para que su coste sea mínimo.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Siendo $\text{Ln } x$ el logaritmo neperiano de x , halla el área de la superficie sombreada.



Ejercicio 3. [2'5 puntos] Determina a y b sabiendo que el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} x + 3y + z &= 1 \\ -x + y + 2z &= -1 \\ ax + by + z &= 4 \end{aligned} \right\}$$

tiene al menos dos soluciones distintas.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Se sabe que el triángulo ABC es rectángulo en el vértice C , que pertenece a la recta intersección de los planos $y + z = 1$ e $y - 3z + 3 = 0$, y que sus otros dos vértices son $A(2, 0, 1)$ y $B(0, -3, 0)$. Halla C y el área del triángulo ABC .

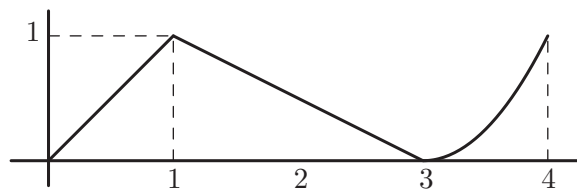


Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. De una función $f: [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ se sabe que $f(1) = 3$ y que la gráfica de su función derivada es la que aparece en el dibujo.



- [0'5 puntos] Halla la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.
- [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f . ¿En qué punto alcanza la función f su máximo absoluto?
- [1 punto] Estudia la concavidad y la convexidad de f .

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Calcula el área del recinto acotado que está limitado por la recta $y = 2x$ y por las curvas $y = x^2$ e $y = \frac{x^2}{2}$.

Ejercicio 3.


- [1 punto] Sabiendo que la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & -2 \\ -1 & a-1 & a \end{pmatrix}$ tiene rango 2, ¿cuál es el valor de a ?

- [1'5 puntos] Resuelve el sistema de ecuaciones

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & -2 \\ -1 & -6 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla la perpendicular común a las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = \alpha \end{cases} \quad y \quad s \equiv \begin{cases} x = \beta \\ y = \beta - 1 \\ z = -1. \end{cases}$$

	<p>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p>PLANES DE 1994 y DE 2002 MATEMÁTICAS II</p>
---	--	--

<p>Instrucciones:</p>	<p>a) Duración: 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
------------------------------	--

Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Calcula

$$\int_{-2}^0 \frac{1}{x^2 + 2x - 3} dx.$$

Ejercicio 2. Se sabe que la función $f : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - \frac{1}{2}x + c & \text{si } -1 < x < 0, \\ \sqrt{1-x} & \text{si } 0 \leq x < 1. \end{cases}$$

es derivable en el intervalo $(-1, 1)$.

- (a) [1 punto] Determina el valor de la constante c .
- (b) [0'5 puntos] Calcula la función derivada f' .
- (c) [1 punto] Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de f que son paralelas a la recta de ecuación $y = -x$.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} x + \lambda y &= \lambda \\ \lambda x + y + (\lambda - 1)z &= 1 \\ \lambda x + y &= 2 + \lambda \end{aligned} \right\}.$$

- (a) [1'5 puntos] Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ .
- (b) [1 punto] Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Considera las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = y \\ z = 2 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x + y = 1 \\ z = 3. \end{cases}$$

Halla la ecuación de una recta que corte a r y s y sea perpendicular al plano $z = 0$.



Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. Sea $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = e^x (\cos x + \sin x)$.

- [1'25 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .
- [1'25 puntos] Halla los extremos relativos (locales) y absolutos (globales) de f .


Ejercicio 2. [2'5 puntos] Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = (x - 1)e^{2x}$. Calcula la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(1, e^2)$.

Ejercicio 3. Un tendero dispone de tres tipos de zumo en botellas que llamaremos A , B y C . El mencionado tendero observa que si vende a 1€ las botellas del tipo A , a 3€ las del tipo B y a 4€ las del tipo C , entonces obtiene un total de 20€. Pero si vende a 1€ las del tipo A , a 3€ las del B y a 6€ las del C , entonces obtiene un total de 25€.

- [0'75 puntos] Plantea el sistema de ecuaciones que relaciona el número de botellas de cada tipo que posee el tendero.
- [1 punto] Resuelve dicho sistema.
- [0'75 puntos] ¿Puede determinarse el número de botellas de cada tipo de que dispone el tendero? (Ten en cuenta que el número de botellas debe ser entero y positivo).

Ejercicio 4. Sean los puntos $A(1, 0, -1)$ y $B(2, -1, 3)$.

- [1'5 puntos] Calcula la distancia del origen de coordenadas a la recta que pasa por A y por B .
- [1 punto] Calcula el área del paralelogramo de vértices consecutivos $ABCD$ sabiendo que la recta determinada por los vértices C y D pasa por el origen de coordenadas.

	<p>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</p> <p>PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p>PLANES DE 1994 y DE 2002</p> <p>MATEMÁTICAS II</p>
---	---	---

<p>Instrucciones:</p>	<p>a) Duración: 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
------------------------------	--

Opción A

Ejercicio 1. Considera la integral definida $I = \int_1^9 \frac{1}{1 + \sqrt{x}} dx$.

- (a) [1'5 puntos] Expresa la anterior integral definida aplicando el cambio de variables $1 + \sqrt{x} = t$.
- (b) [1 punto] Calcula I .

Ejercicio 2.

- (a) [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente a la parábola $y = x^2$ que es paralela a la recta $-4x + y + 3 = 0$.
- (b) [1'5 puntos] Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a la parábola $y = x^2$ que pasan por el punto $(2, 0)$.

Ejercicio 3. Denotamos por M^t a la matriz transpuesta de una matriz M .

- (a) [1 punto] Sabiendo que $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ y que $\det(A) = 4$, calcula los siguientes determinantes:

$$\det(-3A^t) \quad \text{y} \quad \begin{vmatrix} 2b & 2a \\ -3d & -3c \end{vmatrix}.$$

- (b) [0'75 puntos] Sea I la matriz identidad de orden 3 y sea B una matriz cuadrada tal que $B^3 = I$. Calcula $\det(B)$.
- (c) [0'75 puntos] Sea C una matriz cuadrada tal que $C^{-1} = C^t$. ¿Puede ser $\det(C) = 3$? Razona la respuesta.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla la distancia entre las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y - 1 = \frac{z - 2}{-3} \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x - 1 = 1 - z \\ y = 0. \end{cases}$$



Instrucciones:

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 1$.

- (a) [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en un punto de la misma de ordenada $y = 1$, teniendo en cuenta que dicha recta tangente tiene pendiente negativa.
- (b) [1'5 puntos] Calcula el área de la región del plano limitada por la gráfica de f , la recta tangente obtenida y el eje de ordenadas.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Se quiere fabricar una caja abierta de chapa con base cuadrada y con 32 litros de capacidad. Halla las dimensiones de la caja que precisa la menor cantidad de chapa.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones


$$\left. \begin{array}{l} mx + 2y + z = 2 \\ x + my = m \\ 2x + mz = 0 \end{array} \right\}.$$

- (a) [0'5 puntos] Determina los valores de m para los que $x = 0$, $y = 1$ y $z = 0$ es solución del sistema.
- (b) [1 punto] Determina los valores de m para los que el sistema es incompatible.
- (c) [1 punto] Determina los valores de m para los que el sistema tiene infinitas soluciones.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Considera los puntos $P(6, -1, -10)$, $Q(0, 2, 2)$ y R , que es el punto de intersección del plano $\pi \equiv 2x + \lambda y + z - 2 = 0$ y la recta

$$r \equiv \begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ y = 1. \end{cases}$$

Determina λ sabiendo que los puntos P , Q y R están alineados.

	<p>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</p> <p>PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p>PLANES DE 1994 y DE 2002</p> <p>MATEMÁTICAS II</p>
---	---	---

<p>Instrucciones:</p>	<p>a) Duración: 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
------------------------------	--

Opción A

Ejercicio 1. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = 2 - x|x|$.

- (a) [0'75 puntos] Esboza la gráfica de f .
- (b) [1 punto] Estudia la derivabilidad de f en $x = 0$.
- (c) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Considera las funciones $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas, respectivamente, por

$$f(x) = \ln x \quad \text{y} \quad g(x) = 1 - 2^x,$$

siendo $\ln x$ el logaritmo neperiano de x . Calcula el área del recinto limitado por las rectas $x = 1$ y $x = 2$ y las gráficas de f y g .

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} x + 3y + z &= 0 \\ 2x - 13y + 2z &= 0 \\ (a + 2)x - 12y + 12z &= 0 \end{aligned} \right\}.$$

Determina el valor a para que tenga soluciones distintas de la solución trivial y resuélvelo para dicho valor de a .

Ejercicio 4. Considera el plano $\pi \equiv 2x + y - z + 7 = 0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = 1 + 3\lambda. \end{cases}$

- (a) [1 punto] Halla la ecuación de un plano perpendicular a π y que contenga a la recta r .
- (b) [1'5 puntos] ¿Hay algún plano paralelo a π que contenga a la recta r ? En caso afirmativo determina sus ecuaciones.



Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Se sabe que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{a}{2x} \right)$$

es finito. Determina el valor de a y calcula el límite.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Determina b sabiendo que $b > 0$ y que el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $y = \left(\frac{1}{3}x - b\right)^2$ y los ejes coordenados es igual a 8.

Ejercicio 3. Se sabe que $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = -2$. Calcula, indicando las propiedades que utilices, los siguientes determinantes:

(a) [0'75 puntos] $\begin{vmatrix} 3a_{11} & 3a_{12} & 15a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & 5a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 5a_{33} \end{vmatrix}$

(b) [0'75 puntos] $\begin{vmatrix} 3a_{21} & 3a_{22} & 3a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

(c) [1 punto] $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} - a_{31} & a_{22} - a_{32} & a_{23} - a_{33} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

Ejercicio 4. Las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 2x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x + y - 6 = 0 \\ x + y - z - 6 = 0 \end{cases}$$

contienen dos lados de un cuadrado.

(a) [1'25 puntos] Calcula el área del cuadrado.

(b) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene al cuadrado.

	<p>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</p> <p>PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p>PLANES DE 1994 y DE 2002</p> <p>MATEMÁTICAS II</p>
---	---	---

<p>Instrucciones:</p>	<p>a) Duración: 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
------------------------------	--

Opción A

Ejercicio 1. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2 e^{-x^2}$.

- (a) [0'75 puntos] Halla las asíntotas de la gráfica de f .
- (b) [1'25 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).
- (c) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de f .

Ejercicio 2. Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x|x|$.

- (a) [0'75 puntos] Dibuja la región acotada del plano que está limitada por la gráfica de f y la bisectriz del primer y tercer cuadrante.
- (b) [1'75 puntos] Calcula el área de la región descrita en el apartado anterior.

Ejercicio 3. Se sabe que el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} x + \alpha y &= 1 \\ x + \alpha z &= 1 \\ y + z &= \alpha \end{aligned} \right\}$$

tiene una única solución.

- (a) [1'25 puntos] Prueba que $\alpha \neq 0$.
- (b) [1'25 puntos] Halla la solución del sistema.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Calcula el área del triángulo de vértices $A(0, 0, 1)$, $B(0, 1, 0)$ y C , siendo C la proyección ortogonal del punto $(1, 1, 1)$ sobre el plano $x + y + z = 1$.



Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Halla una función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que su gráfica pase por el punto $M(0, 1)$, que la tangente en el punto M sea paralela a la recta $2x - y + 3 = 0$ y que $f''(x) = 3x^2$.

Ejercicio 2. Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^x + 4e^{-x}$.

- [1 punto]** Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y halla sus extremos absolutos o globales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).
- [1'5 puntos]** Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de f , el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = 2$.

Ejercicio 3. Sabiendo que

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ t & u & v \\ a & b & c \end{vmatrix} = -6,$$

calcula, indicando las propiedades que utilices, los siguientes determinantes:

(a) **[0'75 puntos]** $\begin{vmatrix} -3x & -y & -z \\ 3t & u & v \\ 3a & b & c \end{vmatrix}.$

(b) **[0'75 puntos]** $\begin{vmatrix} -2y & x & z \\ -2u & t & v \\ -2b & a & c \end{vmatrix}.$

(c) **[1 punto]** $\begin{vmatrix} x & y & z \\ t & u & v \\ 2x - a & 2y - b & 2z - c \end{vmatrix}.$

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Considera el punto $A(0, 1, -1)$, la recta $r \equiv \begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 2x - z = -4 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv x - 2y - z = 2$. Halla la ecuación de la recta que pasa por A , es paralela a π y corta a r .