	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	**PLANES DE 1994 y DE 2002** **MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

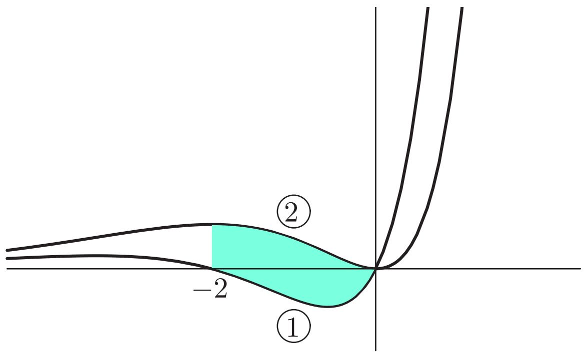
Opción A

Ejercicio 1. [2'5 puntos] De la función $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ definida por $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ se sabe que tiene un máximo en $x=-1$, y que su gráfica corta al eje OX en el punto de abscisa $x=-2$ y tiene un punto de inflexión en el punto de abscisa $x=0$. Calcula a, b, c y d sabiendo, además, que la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=2$ tiene pendiente 9.

Ejercicio 2. Se sabe que las dos gráficas del dibujo corresponden a la función $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ definida por $f(x)=x^2e^x$ y a su función derivada f'.

(a) [1 punto] Indica, razonando la respuesta, cuál es la gráfica de f y cuál la de f'.

(b) [1'5 puntos] Calcula el área de la región sombreada.



Ejercicio 3. Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}2&1\\3&-2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&1&0\\3&-1&2\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}1&2&0\\-1&1&4\end{pmatrix}$.

(a) [1 punto] ¿Tiene A inversa? En caso afirmativo, calcúlala.

(b) [1'5 puntos] Determina la matriz X que cumple que $A\cdot X+C\cdot B^t=B\cdot B^t$, siendo B^t la matriz transpuesta de B.

Ejercicio 4. Considera el punto $P(2,0,1)$ y la recta $r\equiv\begin{cases}x+2y=6\\z=2.\end{cases}$

(a) [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene a P y a r.

(b) [1'5 puntos] Calcula el punto simétrico de P respecto de la recta r.

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	PLANES DE 1994 y DE 2002 MATEMÁTICAS II

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. Sea f la función definida para $x \neq 0$ por $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x}$.

(a) [**1 punto**] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

(b) [**1 punto**] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

(c) [**0'5 puntos**] Esboza la gráfica de f.

Ejercicio 2. Considera la función $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^{-x/2}$.

(a) [**0'75 puntos**] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

(b) [**1'75 puntos**] Calcula el área de la región acotada que está limitada por la gráfica de f, la recta de ecuación $x = 2$ y la recta tangente obtenida en **(a)**.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcl} x+y+z & = & -2 \\ -\lambda x+3y+z & = & -7 \\ x+2y+(\lambda+2)z & = & -5 \end{array}\right\}.$$

(a) [**1'5 puntos**] Clasifica el sistema según los valores del parámetro λ.

(b) [**1 punto**] Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

Ejercicio 4. Sean los vectores

$$\overrightarrow{v_1} = (0,1,0), \quad \overrightarrow{v_2} = (2,1,-1) \quad \text{y} \quad \overrightarrow{v_3} = (2,3,-1).$$

(a) [**0'75 puntos**] ¿Son los vectores $\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}$ y $\overrightarrow{v_3}$ linealmente dependientes?

(b) [**0'75 puntos**] ¿Para qué valores de a el vector $(4, a+3, -2)$ puede expresarse como combinación lineal de los vectores $\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}$ y $\overrightarrow{v_3}$?

(c) [**1 punto**] Calcula un vector unitario y perpendicular a $\overrightarrow{v_1}$ y $\overrightarrow{v_2}$.

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	**PLANES DE 1994 y DE 2002** **MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. De una función $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ se sabe que $f(0) = 2$ y que $f'(x) = 2x$.

(a) [**1 punto**] Determina f.

(b) [**1'5 puntos**] Calcula el área de la región limitada por la gráfica de f, por el eje de abscisas y por las rectas de ecuaciones $x = -2$ y $x = 2$.

Ejercicio 2. Sea $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = (x-1)^2\, e^{-x}$.

(a) [**0'5 puntos**] Halla las asíntotas de la gráfica de f.

(b) [**1'5 puntos**] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula, si existen, sus extremos relativos o locales y sus extremos absolutos o globales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

(c) [**0'5 puntos**] Esboza la gráfica de f.

Ejercicio 3. [**2'5 puntos**] En una excavación arqueológica se han encontrado sortijas, monedas y pendientes. Una sortija, una moneda y un pendiente pesan conjuntamente 30 gramos. Además, 4 sortijas, 3 monedas y 2 pendientes han dado un peso total de 90 gramos. El peso de un objeto deformado e irreconocible es de 18 gramos. Determina si el mencionado objeto es una sortija, una moneda o un pendiente, sabiendo que los objetos que son del mismo tipo pesan lo mismo.

Ejercicio 4. Considera un plano $\pi \equiv x + y + mz = 3$ y la recta $r \equiv x = y - 1 = \dfrac{z-2}{2}$.

(a) [**0'75 puntos**] Halla m para que r y π sean paralelos.

(b) [**0'75 puntos**] Halla m para que r y π sean perpendiculares.

(c) [**1 punto**] ¿Existe algún valor de m para que la recta r esté contenida en el plano π?

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	**PLANES DE 1994 y DE 2002** **MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. De una función $f : [0,5] \longrightarrow \mathbb{R}$ se sabe que $f(3) = 6$ y que su función derivada está dada por

$$f'(x) = \begin{cases} 5x - 2 & \text{si} \quad 0 < x < 1, \\ x^2 - 6x + 8 & \text{si} \quad 1 \le x < 5. \end{cases}$$

(a) [**1 punto**] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 3$.

(b) [**1'5 puntos**] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

Ejercicio 2. Considera la integral definida $I = \displaystyle\int_3^8 \frac{1}{\sqrt{1+x} - 1}\, dx$.

(a) [**1'25 puntos**] Exprésala aplicando el cambio de variables $\sqrt{1+x} - 1 = t$.

(b) [**1'25 puntos**] Calcula I.

Ejercicio 3. Sabiendo que $|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 2$, calcula, indicando las propiedades que utilices, los siguientes determinantes:

(a) [**1 punto**] $|-3A|$ y $|A^{-1}|$.

(b) [**0'75 puntos**] $\begin{vmatrix} c & b & a \\ f & e & d \\ 2i & 2h & 2g \end{vmatrix}$.

(c) [**0'75 puntos**] $\begin{vmatrix} a & b & a-c \\ d & e & d-f \\ g & h & g-i \end{vmatrix}$.

Ejercicio 4. Sean los planos $\pi_1 \equiv 2x + y - z + 5 = 0$ y $\pi_2 \equiv x + 2y + z + 2 = 0$.

(a) [**1'5 puntos**] Calcula las coordenadas del punto P sabiendo que está en el plano π_1 y que su proyección ortogonal sobre el plano π_2 es el punto $(1, 0, -3)$.

(b) [**1 punto**] Calcula el punto simétrico de P respecto del plano π_2.

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	**PLANES DE 1994 y DE 2002** **MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. [**2'5 puntos**] Se sabe que

$$\lim_{x\to 0} \frac{x - \alpha \operatorname{sen} x}{x^2}$$

es finito. Determina el valor de α y calcula el límite.

Ejercicio 2. Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2x+4 & \text{si} \quad x \leq 0, \\ (x-2)^2 & \text{si} \quad x > 0. \end{cases}$$

(a) [**1 punto**] Calcula los puntos de corte de la gráfica de f con el eje de abscisas y esboza dicha gráfica.

(b) [**1'5 puntos**] Halla el área de la región acotada que está limitada por la gráfica de f y por el eje de abscisas.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcr} (b+1)x+y+z & = & 2 \\ x+(b+1)y+z & = & 2 \\ x+y+(b+1)z & = & -4 \end{array}\right\}.$$

(a) [**1'5 puntos**] Clasifica el sistema según los valores del parámetro b.

(b) [**1 punto**] Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

Ejercicio 4. Se sabe que las rectas

$$r \equiv \left\{ \begin{array}{l} x+y-z-3=0 \\ x+2y-2=0 \end{array} \right. \quad \text{y} \quad s \equiv \left\{ \begin{array}{l} ax+6y+6=0 \\ x-2z+2=0 \end{array} \right.$$

son paralelas.

(a) [**1'5 puntos**] Calcula a.

(b) [**1 punto**] Halla la ecuación del plano que contiene a las rectas r y s.

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	**PLANES DE 1994 y DE 2002** **MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

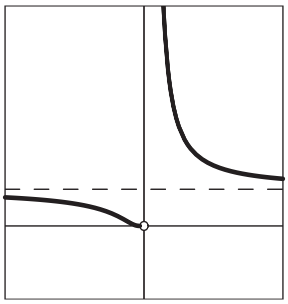
Ejercicio 1. Considera las tres funciones cuyas expresiones respectivas vienen dadas, para $x \neq 0$, por

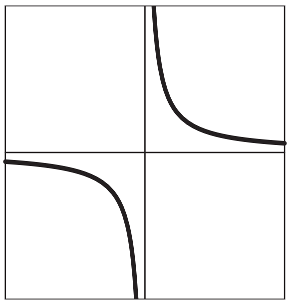
$$f(x) = \frac{x^2-1}{x}, \qquad g(x) = e^{1/x} \qquad \text{y} \qquad h(x) = \mathrm{Ln}\,|x|,$$

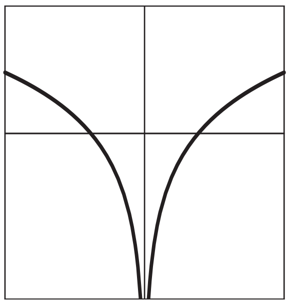
siendo Ln la función logaritmo neperiano.

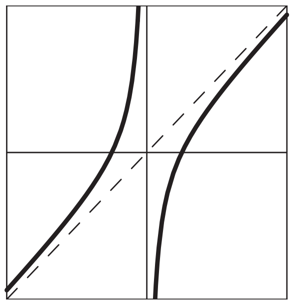
(a) [**1'75 puntos**] Halla las ecuaciones de las asíntotas de las gráficas de f, g y h.

(b) [**0'75 puntos**] Identifica, entre las que siguen, la gráfica de cada función, justificando la respuesta.


Gráfica 1


Gráfica 2


Gráfica 3


Gráfica 4

Ejercicio 2. [**2'5 puntos**] Calcula $\displaystyle\int_{-1}^{0} \mathrm{Ln}\,(2+x)\,dx$, siendo Ln la función logaritmo neperiano.

Ejercicio 3. Sea I la matriz identidad de orden 3 y sea $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}$.

(a) [**1'25 puntos**] Determina el valor de b para el que $A^2 - 2A + I = \mathrm{O}$.

(b) [**1'25 puntos**] Para $b = 2$ halla la matriz X que cumple que $A \cdot X - 2A^t = \mathrm{O}$, donde A^t denota la matriz transpuesta de A.

Ejercicio 4. Considera las rectas $r \equiv \begin{cases} x + z - 2 = 0 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases}$ y $s \equiv \dfrac{x}{2} = y - 1 = \dfrac{z}{3}$.

(a) [**1'25 puntos**] Halla la ecuación del plano π que contiene a s y es paralelo a r.

(b) [**1'25 puntos**] Calcula la distancia de la recta r al plano π.

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	**PLANES DE 1994 y DE 2002** **MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. Sea $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \dfrac{5x+8}{x^2+x+1}$.

(a) [**0'5 puntos**] Calcula los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes coordenados.

(b) [**0'5 puntos**] Halla las asíntotas de la gráfica de f.

(c) [**1 punto**] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f y calcula sus extremos relativos o locales (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

(d) [**0'5 puntos**] Esboza la gráfica de f.

Ejercicio 2. Considera la función $f\colon \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 - 5x + 4$.

(a) [**0'75 puntos**] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 3$.

(b) [**1'75 puntos**] Calcula el área de la región acotada que está limitada por el eje de ordenadas, por la gráfica de f y por la recta tangente obtenida.

Ejercicio 3. Sea I la matriz identidad de orden 2 y sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

(a) [**1 punto**] Halla los valores de x para los que la matriz $A - xI$ no tiene inversa.

(b) [**1'5 puntos**] Halla los valores de a y b para los que $A^2 + aA + bI = O$.

Ejercicio 4. [**2'5 puntos**] Calcula la distancia entre las rectas

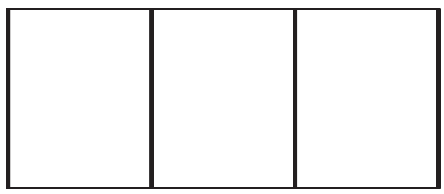
$$r \equiv \begin{cases} x = 6 + \lambda \\ y = 1 - 2\lambda \\ z = 5 - 7\lambda \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} 2x - 3y + 1 = 0 \\ 3x - y - 2 = 0. \end{cases}$$

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	PLANES DE 1994 y DE 2002 MATEMÁTICAS II

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. [**2'5 puntos**] De un terreno se desea vender un solar rectangular de 12.800 m^2 dividido en tres parcelas iguales como las que aparecen en el dibujo. Si se quieren vallar las lindes de las tres parcelas (los bordes y las separaciones de las parcelas), determina las dimensiones del solar para que la longitud de la valla utilizada sea mínima.



Ejercicio 2. Calcula las siguientes integrales:

(a) [**0'5 puntos**] $\displaystyle\int \cos(5x+1)\,dx.$

(b) [**0'5 puntos**] $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{(x+2)^3}}\,dx.$

(c) [**1'5 puntos**] $\displaystyle\int_0^1 xe^{-3x}\,dx.$

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcl} 5x+2y-z &=& 0 \\ x+y+(m+4)z &=& my \\ 2x-3y+z &=& 0 \end{array}\right\}.$$

(a) [**1 punto**] Determina los valores del parámetro m para los que el sistema tiene una única solución.

(b) [**1'5 puntos**] Resuelve el sistema cuando tenga infinitas soluciones y da una solución en la que $z=19$.

Ejercicio 4. Sean $A(-3,4,0)$, $B(3,6,3)$ y $C(-1,2,1)$ los vértices de un triángulo.

(a) [**0'75 puntos**] Halla la ecuación del plano π que contiene al triángulo.

(b) [**0'75 puntos**] Halla la ecuación de la recta que es perpendicular a π y pasa por el origen de coordenadas.

(c) [**1 punto**] Calcula el área del triángulo ABC.

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	PLANES DE 1994 y DE 2002 MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

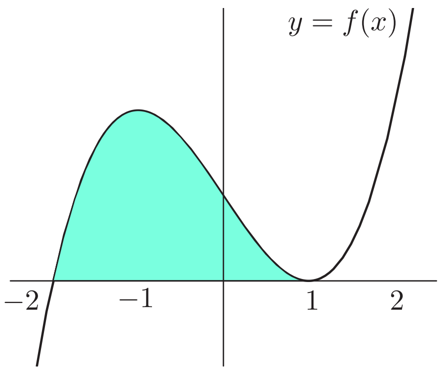
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. Se sabe que la gráfica de la función $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ es la que aparece en el dibujo.

(a) [**1'25 puntos**] Determina f.

(b) [**1'25 puntos**] Calcula el área de la región sombreada.



Ejercicio 2. Sea f la función definida para $x \neq 2$ por $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x - 2}$.

(a) [**1 punto**] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

(b) [**0'75 puntos**] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

(c) [**0'75 puntos**] Calcula, si existen, el máximo y el mínimo absolutos de f en el intervalo $[0, 2)$ (puntos en los que se obtienen y valores que alcanza la función).

Ejercicio 3. [**2'5 puntos**] Álvaro, Marta y Guillermo son tres hermanos. Álvaro dice a Marta: si te doy la quinta parte del dinero que tengo, los tres hermanos tendremos la misma cantidad. Calcula lo que tiene cada uno si entre los tres juntan 84 euros.

Ejercicio 4. Considera el punto $A(0, -3, 1)$, el plano $\pi \equiv 2x - 2y + 3z = 0$ y la recta $r \equiv x + 3 = y = \dfrac{z-3}{2}$.

(a) [**1 punto**] Determina la ecuación del plano que pasa por A y contiene a r.

(b) [**1'5 puntos**] Determina la ecuación de la recta que pasa por A, es paralela a π y corta a r.

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	**PLANES DE 1994 y DE 2002** **MATEMÁTICAS II**

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. De la función $f\colon (0,+\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \dfrac{ax^2+b}{x}$ se sabe que la recta tangente a su gráfica en el punto de abscisa $x = 1$ viene dada por $y = -2$.

(a) [**1'5 puntos**] Calcula a y b.

(b) [**1 punto**] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

Ejercicio 2. [**2'5 puntos**] Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^2 \operatorname{sen}(2x)$. Calcula la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(0, 1)$.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcl} x+my+z & = & 0 \\ x+y+mz & = & 2 \\ mx+y+z & = & m \end{array}\right\}.$$

(a) [**1 punto**] ¿Para qué valor de m el sistema tiene al menos dos soluciones?

(b) [**1'5 puntos**] ¿Para qué valores de m el sistema admite solución en la que $x = 1$?

Ejercicio 4. Se sabe que las rectas

$$r \equiv \left\{\begin{array}{l} x = 1+t \\ y = -1-t \\ z = b+t \end{array}\right. \qquad \text{y} \qquad s \equiv \left\{\begin{array}{l} x-y+z = 3 \\ 6x+2z = 2 \end{array}\right.$$

están contenidas en un mismo plano.

(a) [**1'25 puntos**] Calcula b.

(b) [**1'25 puntos**] Halla la ecuación del plano que contiene a las rectas r y s.

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	PLANES DE 1994 y DE 2002 MATEMÁTICAS II

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. Sea f la función definida para $x \neq 1$ por $f(x) = \dfrac{e^x}{x-1}$.

(a) **[0'5 puntos]** Halla las asíntotas de la gráfica de f.

(b) **[0'75 puntos]** Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

(c) **[0'75 puntos]** Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de f.

(d) **[0'5 puntos]** Esboza la gráfica de f.

Ejercicio 2. **[2'5 puntos]** Calcula la integral

$$\int \frac{3x^3 + x^2 - 10x + 1}{x^2 - x - 2}\, dx.$$

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcl} x + 3y + z & = & 5 \\ mx + 2z & = & 0 \\ my - z & = & m \end{array}\right\}.$$

(a) **[1 punto]** Determina los valores de m para los que el sistema tiene una única solución. Calcula dicha solución para $m = 1$.

(b) **[1 punto]** Determina los valores de m para los que el sistema tiene infinitas soluciones. Calcula dichas soluciones.

(c) **[0'5 puntos]** ¿Hay algún valor de m para el que el sistema no tiene solución?

Ejercicio 4. Sea el punto $P(1, 0, -3)$ y la recta $r \equiv \left\{ \begin{array}{l} 2x - y - 1 = 0 \\ x + z = 0. \end{array} \right.$

(a) **[1 punto]** Halla la ecuación del plano que contiene a P y es perpendicular a r.

(b) **[1'5 puntos]** Calcula las coordenadas del punto simétrico de P respecto de r.

	UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD	PLANES DE 1994 y DE 2002 MATEMÁTICAS II

Instrucciones:	a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Determina los puntos de la parábola de ecuación $y = 5 - x^2$ que están más próximos al origen de coordenadas. Calcula la distancia entre los puntos obtenidos y el origen de coordenadas.

Ejercicio 2. Se sabe que la función $f : [0, +\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax} & \text{si} \quad 0 \leq x \leq 8, \\ \dfrac{x^2 - 32}{x - 4} & \text{si} \quad x > 8. \end{cases}$$

es continua en $[0, +\infty)$.

(a) [0'5 puntos] Halla el valor de a.

(b) [2 puntos] Calcula $\displaystyle\int_0^{10} f(x)\,dx$.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Halla la matriz X que cumple que

$$A \cdot X \cdot A - B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

siendo $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 4. Se sabe que los puntos $A(m, 0, 1)$, $B(0, 1, 2)$, $C(1, 2, 3)$ y $D(7, 2, 1)$ están en un mismo plano.

(a) [1'5 puntos] Halla m y calcula la ecuación de dicho plano.

(b) [1 punto] ¿Están los puntos B, C y D alineados?