

	<p><b>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</b> PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p><b>MATEMÁTICAS II</b></p>
---	--	------------------------------

<p><b>Instrucciones:</b></p>	<p>a) <b>Duración:</b> 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que <b>elegir</b> entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción A</b> o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción B</b>.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora científica (<b>no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos</b>), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
------------------------------	---

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2'5 puntos]**

Determina dos números reales positivos sabiendo que su suma es 10 y que el producto de sus cuadrados es máximo.

**Ejercicio 2.-** Sean  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  las funciones definidas mediante

$$f(x) = x^3 + 3x^2 \quad \text{y} \quad g(x) = x + 3.$$

- (a) [1'25 puntos] Esboza las gráficas de  $f$  y de  $g$  calculando sus puntos de corte.
- (b) [1'25 puntos] Calcula el área de cada uno de los dos recintos limitados entre las gráficas de  $f$  y  $g$ .

**Ejercicio 3.-** Considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & \lambda \end{pmatrix}$ .

- (a) [1 punto] Determina la matriz  $B = A^2 - 2A$ .
- (b) [0'75 puntos] Determina los valores de  $\lambda$  para los que la matriz  $B$  tiene inversa.
- (c) [0'75 puntos] Calcula  $B^{-1}$  para  $\lambda = 1$ .

**Ejercicio 4.-** Considera los planos de ecuaciones  $x - y + z = 0$  y  $x + y - z = 2$ .

- (a) [1 punto] Determina la recta que pasa por el punto  $A(1, 2, 3)$  y no corta a ninguno de los planos dados.
- (b) [1'5 puntos] Determina los puntos que equidistan de  $A(1, 2, 3)$  y  $B(2, 1, 0)$  y pertenecen a la recta intersección de los planos dados.



**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2'5 puntos]**

Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = 2x^3 + 12x^2 + ax + b$ . Determina  $a$  y  $b$  sabiendo que la recta tangente a la gráfica de  $f$  en su punto de inflexión es la recta  $y = 2x + 3$ .

**Ejercicio 2.- [2'5 puntos]**

Dada la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \text{Ln}(1 + x^2)$ , halla la primitiva de  $f$  cuya gráfica pasa por el origen de coordenadas (Ln denota la función logaritmo neperiano).

**Ejercicio 3.-**

(a) [1 punto] Calcula la matriz inversa de  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .


(b) [1'5 puntos] Escribe en forma matricial el siguiente sistema y resuélvelo usando la matriz  $A^{-1}$  hallada en el apartado anterior,

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ y + z = -2 \\ x + z = 3 \end{array} \right\}.$$

**Ejercicio 4.-** Considera los puntos  $A(0, 3, -1)$  y  $B(0, 1, 5)$ .

(a) [1'25 puntos] Calcula los valores de  $x$  sabiendo que el triángulo  $ABC$  de vértices  $A(0, 3, -1)$ ,  $B(0, 1, 5)$  y  $C(x, 4, 3)$  tiene un ángulo recto en  $C$ .

(b) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por los puntos  $(0, 1, 5)$  y  $(3, 4, 3)$  y es paralelo a la recta definida por las ecuaciones  $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

	<p><b>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</b> PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p><b>MATEMÁTICAS II</b></p>
---	--	------------------------------

<p><b>Instrucciones:</b></p>	<p>a) <b>Duración:</b> 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que <b>elegir</b> entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción A</b> o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción B</b>.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora científica (<b>no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos</b>), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
------------------------------	---

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Sea  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \frac{3x + 1}{\sqrt{x}}$ .

- (a) [1'5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de  $f$  (puntos donde se obtienen y valores que se alcanzan).
- (b) [1 punto] Calcula el punto de inflexión de la gráfica de  $f$ .

**Ejercicio 2.-** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x|x - 2|$ .

- (a) [1 punto] Estudia la derivabilidad de  $f$  en  $x = 2$ .
- (b) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de  $f$ .
- (c) [1 punto] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de  $f$  y el eje de abscisas.

**Ejercicio 3.-** Sean  $I$  la matriz identidad de orden 2 y  $A = \begin{pmatrix} 1 & m \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

- (a) [1'25 puntos] Encuentra los valores de  $m$  para los cuales se cumple que  $(A - I)^2 = O$ , donde  $O$  es la matriz nula de orden 2.
- (b) [1'25 puntos] Para  $m = 2$ , halla la matriz  $X$  tal que  $AX - 2A^T = O$ , donde  $A^T$  denota la matriz traspuesta de  $A$ .

**Ejercicio 4.-**

- (a) [1'25 puntos] Halla los dos puntos que dividen al segmento de extremos  $A(1, 2, 1)$  y  $B(-1, 0, 3)$  en tres partes iguales.
- (b) [1'25 puntos] Determina la ecuación del plano perpendicular al segmento  $\overline{AB}$  que pasa por su punto medio.



**Instrucciones:**

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2'5 puntos]** Determina una función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sabiendo que su derivada viene dada por  $f'(x) = x^2 + x - 6$  y que el valor que alcanza  $f$  en su punto de máximo (relativo) es el triple del valor que alcanza en su punto de mínimo (relativo).

**Ejercicio 2.-** Sea  $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \text{Ln}(x + 1)$  ( $\text{Ln}$  denota la función logaritmo neperiano).

- (a) [1 punto] Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .
- (b) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de  $f$ , la recta tangente obtenida en el apartado anterior y la recta  $x = 1$ .


**Ejercicio 3.-** Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} ax + y + z = 4 \\ x - ay + z = 1 \\ x + y + z = a + 2 \end{array} \right\}.$$

- (a) [1'5 puntos] Resuélvelo para el valor de  $a$  que lo haga compatible indeterminado.
- (b) [1 punto] Resuelve el sistema que se obtiene para  $a = -2$ .

**Ejercicio 4.-** Considera los vectores  $\vec{u} = (1, 1, m)$ ,  $\vec{v} = (0, m, -1)$  y  $\vec{w} = (1, 2m, 0)$ .

- (a) [1'25 puntos] Determina el valor de  $m$  para que los vectores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$  sean linealmente dependientes.
- (b) [1'25 puntos] Para el valor de  $m$  obtenido en el apartado anterior, expresa el vector  $\vec{w}$  como combinación lineal de los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ .

	<p><b>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</b> PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p><b>MATEMÁTICAS II</b></p>
---	--	------------------------------

<p><b>Instrucciones:</b></p>	<p>a) <b>Duración:</b> 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que <b>elegir</b> entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción A</b> o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción B</b>.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora científica (<b>no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos</b>), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
------------------------------	---

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Sea  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x^2 \text{Ln}(x)$  ( $\text{Ln}$  denota la función logaritmo neperiano).

- (a) [1'5 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de  $f$  (puntos donde se obtienen y valores que se alcanzan).
- (b) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = \sqrt{e}$ .

**Ejercicio 2.-** Considera las funciones  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por

$$f(x) = e^{x-1} \quad \text{y} \quad g(x) = e^{1-x}.$$

- (a) [1'25 puntos] Esboza las gráficas de  $f$  y de  $g$  y determina su punto de corte.
- (b) [1'25 puntos] Calcula el área del recinto limitado por el eje  $OY$  y las gráficas de  $f$  y  $g$ .

**Ejercicio 3.-** Considera las matrices  $A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

- (a) [0'75 puntos] Determina los valores de  $\alpha$  para los que la matriz  $A$  tiene inversa.
- (b) [1'75 puntos] Para  $\alpha = 1$ , calcula  $A^{-1}$  y resuelve la ecuación matricial  $AX = B$ .

**Ejercicio 4.-**

Sea  $r$  la recta definida por  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-k}{4} = \frac{z}{5}$  y  $s$  la recta definida por  $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{3}$ .

- (a) [1'25 puntos] Halla  $k$  sabiendo que las rectas  $r$  y  $s$  se cortan en un punto.
- (b) [1'25 puntos] Determina la ecuación del plano que contiene a las rectas  $r$  y  $s$ .



**Instrucciones:**

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2'5 puntos]** Tenemos que fabricar dos chapas cuadradas con dos materiales distintos. El precio de cada uno de estos materiales es 2 y 3 euros por **centímetro cuadrado**, respectivamente. Por otra parte, la suma de los perímetros de los dos cuadrados tiene que ser 1 **metro**. ¿Cómo hemos de elegir los lados de los cuadrados si queremos que el coste total sea mínimo?

**Ejercicio 2.-** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x(x - 3)^2$ .

- (a) [1 punto] Calcula los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ .
- (b) [0'5 puntos] Haz un esbozo de la gráfica de  $f$ .
- (c) [1 punto] Calcula el área del recinto limitado por la gráfica de  $f$  y el eje de abscisas.

**Ejercicio 3.-** Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 0 \\ 2x + \lambda y + z = 2 \\ x + y + \lambda z = \lambda - 1 \end{array} \right\}.$$

- (a) [1'5 puntos] Determina el valor de  $\lambda$  para que el sistema sea incompatible.
- (b) [1 punto] Resuelve el sistema para  $\lambda = 1$ .

**Ejercicio 4.- [2'5 puntos]**

Halla la ecuación de la recta contenida en el plano de ecuación  $x + 2y + 3z - 1 = 0$  que corta perpendicularmente a la recta definida por  $\begin{cases} x = 2z + 4 \\ y = 2z + 3 \end{cases}$  en el punto  $(2, 1, -1)$ .



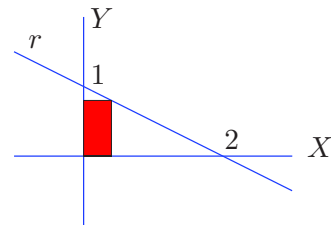
**Instrucciones:**

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2'5 puntos]**

De entre todos los rectángulos situados en el primer cuadrante que tienen dos de sus lados sobre los ejes coordenados y un vértice en la recta  $r$  de ecuación  $\frac{x}{2} + y = 1$  (ver figura), determina el que tiene mayor área.



**Ejercicio 2.-** Sea  $I = \int \frac{2}{2 - e^x} dx$ .

- (a) [1 punto] Expresa  $I$  haciendo el cambio de variable  $t = e^x$ .
- (b) [1'5 puntos] Calcula  $I$ .

**Ejercicio 3.- [2'5 puntos]** Clasifica y resuelve el siguiente sistema según los valores de  $a$ ,

$$\left. \begin{aligned} x + y + z &= 0 \\ (a + 1)y + 2z &= y \\ x - 2y + (2 - a)z &= 2z \end{aligned} \right\}$$

**Ejercicio 4.-**

Considera la recta  $r$  definida por  $\frac{x-1}{\alpha} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{2}$  y el plano  $\pi$  de ecuación  $2x - y + \beta z = 0$ . Determina  $\alpha$  y  $\beta$  en cada uno de los siguientes casos:

- (a) [1 punto] La recta  $r$  es perpendicular al plano  $\pi$ .
- (b) [1'5 puntos] La recta  $r$  está contenida en el plano  $\pi$ .



**Instrucciones:**

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.-** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x^2 e^{-x}$ .

- (a) [1'5 puntos] Determina los extremos relativos de  $f$  (puntos donde se obtienen y valores que se alcanzan).
- (b) [1 punto] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de  $f$ .

**Ejercicio 2.-** Sea  $f : (-2, 0) \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida mediante  $f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{x} & \text{si } -2 < x \leq -1 \\ \frac{x^2 - \beta}{2} & \text{si } -1 < x < 0. \end{cases}$

- (a) [1'5 puntos] Determina  $\alpha$  y  $\beta$  sabiendo que  $f$  es derivable.
- (b) [1 punto] Calcula  $\int_{-2}^{-1} f(x) dx$ .

**Ejercicio 3.-** Se sabe que el sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{aligned} -\lambda x + y + (\lambda + 1)z &= \lambda + 2 \\ x + y + z &= 0 \\ (1 - \lambda)x - \lambda y &= 0 \end{aligned} \right\}$$


tiene más de una solución.

- (a) [1'5 puntos] Calcula, en dicho caso, el valor de la constante  $\lambda$ .
- (b) [1 punto] Halla todas las soluciones del sistema.

**Ejercicio 4.- [2'5 puntos]** Calcula la distancia del punto  $P(1, -3, 7)$  a su punto simétrico respecto de la recta definida por

$$\left. \begin{aligned} 3x - y - z - 2 &= 0 \\ x + y - z + 6 &= 0 \end{aligned} \right\}.$$



	<p><b>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</b> PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p><b>MATEMÁTICAS II</b></p>
---	--	------------------------------

<p><b>Instrucciones:</b></p>	<p>a) <b>Duración:</b> 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que <b>elegir</b> entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción A</b> o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción B</b>.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora científica (<b>no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos</b>), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
------------------------------	---

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = (x - 3)e^x$ .

- (a) [1 punto] Calcula los extremos relativos de  $f$  (puntos donde se obtienen y valores que se alcanzan).
- (b) [1'5 puntos] Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en su punto de inflexión.

**Ejercicio 2.-** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \begin{cases} 1 + \alpha x & \text{si } x < 0 \\ e^{-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

- (a) [1 punto] Determina el valor de  $\alpha$  sabiendo que  $f$  es derivable.
- (b) [0'5 puntos] Haz un esbozo de la gráfica de  $f$ .
- (c) [1 punto] Calcula  $\int_{-1}^1 f(x) dx$ .

**Ejercicio 3.-**

- (a) [1'5 puntos] Calcula el valor de  $m$  para el que la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & m \end{pmatrix}$  verifica la relación  $2A^2 - A = I$  y determina  $A^{-1}$  para dicho valor de  $m$ .
- (b) [1 punto] Si  $M$  es una matriz cuadrada que verifica la relación  $2M^2 - M = I$ , determina la expresión de  $M^{-1}$  en función de  $M$  y de  $I$ .

**Ejercicio 4.-**

- (a) [1'5 puntos] Encuentra la ecuación de la recta  $r$  que pasa por el origen de coordenadas y es paralela a los planos  $\pi_1$  de ecuación  $x + y + z = 3\sqrt{3}$  y  $\pi_2$  de ecuación  $-x + y + z = 2$ .
- (b) [1 punto] Halla la distancia de la recta  $r$  al plano  $\pi_1$ .



**Instrucciones:**

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.-** Sea  $f$  la función definida, para  $x \neq 2$  y  $x \neq -2$ , por  $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x^2 - 4}$ .

- (a) [1 punto] Determina las asíntotas de la gráfica de  $f$ .
- (b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de  $f$  (puntos donde se obtienen y valores que se alcanzan).
- (c) [0'5 puntos] Esboza la gráfica de  $f$ .

**Ejercicio 2.-**

Calcula

(a) [1 punto]  $\int \frac{3x + 4}{x^2 + 1} dx$ .


(b) [1'5 puntos]  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos(2x) dx$ .

**Ejercicio 3.- [2'5 puntos]** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones para los valores de  $m$  que lo hacen compatible:

$$\left. \begin{array}{l} x + m y = m \\ m x + y = m \\ m x + m y = 1 \end{array} \right\}$$

**Ejercicio 4.-** Considera el punto  $P(1, 0, -2)$  y la recta  $r$  definida por  $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 2x + y - 4z = 7 \end{cases}$

- (a) [1'5 puntos] Determina la recta perpendicular a  $r$  que pasa por  $P$ .
- (b) [1 punto] Halla la distancia entre el punto  $P$  y su simétrico  $Q$  respecto de la recta  $r$ .

	<p><b>UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA</b> PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</p>	<p><b>MATEMÁTICAS II</b></p>
---	--	------------------------------

<p><b>Instrucciones:</b></p>	<p>a) <b>Duración:</b> 1 hora y 30 minutos.</p> <p>b) Tienes que <b>elegir</b> entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción A</b> o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la <b>Opción B</b>.</p> <p>c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.</p> <p>d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.</p> <p>e) Puedes usar calculadora científica (<b>no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos</b>), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.</p>
------------------------------	---

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2'5 puntos]**

Determina la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sabiendo que  $f''(x) = x^2 - 1$  y que la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$  es la recta  $y = 1$ .

**Ejercicio 2.- [2'5 puntos]**

Calcula  $\beta > 0$  para que el área del recinto limitado por las gráficas de las funciones  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  y  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por

$$f(x) = x^2 \quad \text{y} \quad g(x) = -x^2 + 2\beta^2$$

sea 72 (unidades de área).

**Ejercicio 3.-** Sea  $A$  la matriz  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & \lambda \\ -5 & \lambda & -5 \\ \lambda & 0 & 3 \end{pmatrix}$  e  $I$  la la matriz identidad de orden 3.

- (a) [1'25 puntos] Calcula los valores de  $\lambda$  para los que el determinante de  $A - 2I$  es cero.
- (b) [1'25 puntos] Calcula la matriz inversa de  $A - 2I$  para  $\lambda = -2$ .

**Ejercicio 4.-** Considera el plano  $\pi$  de ecuación  $2x + 2y - z - 6 = 0$  y el punto  $P(1, 0, -1)$ .

- (a) [1'25 puntos] Calcula la recta que pasa por el punto  $P$  y es perpendicular al plano  $\pi$ .
- (b) [1'25 puntos] Encuentra el punto simétrico de  $P$  respecto del plano  $\pi$ .



**Instrucciones:**

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora científica (**no programable, sin pantalla gráfica y sin capacidad para almacenar, transmitir o recibir datos**), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2'5 puntos]**

Se quiere construir un depósito en forma de prisma de base cuadrada sin tapadera que tenga una capacidad de  $500 \text{ m}^3$ . ¿Qué dimensiones ha de tener el depósito para que su superficie sea mínima?

**Ejercicio 2.-** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x^2$ .

- (a) [0'75 puntos] Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .
- (b) [1'75 puntos] Dibuja el recinto limitado por la gráfica de  $f$ , la recta tangente obtenida en el apartado anterior y el eje  $OX$ . Calcula su área.

**Ejercicio 3.-** Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} x + y + mz = 1 \\ my - z = -1 \\ x + 2my = 0 \end{array} \right\}.$$

- (a) [1'5 puntos] Clasifica el sistema según los valores de  $m$ .
- (b) [1 punto] Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

**Ejercicio 4.-** Considera el plano  $\pi$  de ecuación  $2x + 2y - z - 6 = 0$  y la recta  $r$  definida por

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}.$$

- (a) [1'25 puntos] Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano  $\pi$  con los ejes de coordenadas.
- (b) [1'25 puntos] Calcula, razonadamente, la distancia de la recta  $r$  al plano  $\pi$ .