UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2012-2013

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Sabiendo que $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x\cos(x)+b\,\mathrm{sen}(x)}{x^3}$ es finito, calcula b y el valor del límite.

Ejercicio 2.- Sean $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ y $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ las funciones definidas mediante

$$f(x)=|x(x-2)| \quad \text{y} \quad g(x)=x+4.$$

a) **[1'25 puntos]** Esboza las gráficas de f y g sobre los mismos ejes. Calcula los puntos de corte entre ambas gráficas.

b) **[1'25 puntos]** Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

Ejercicio 3.- Sea $M=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m+1 & 0 \\ 1 & 1 & m-1 \end{pmatrix}$.

a) **[0'75 puntos]** Determina los valores de m para los que los vectores fila de M son linealmente independientes.

b) **[1 punto]** Estudia el rango de M según los valores de m.

c) **[0'75 puntos]** Para $m=1$, calcula la inversa de M.

Ejercicio 4.- Sea r la recta que pasa por el punto $(1,0,0)$ y tiene como vector dirección $(a,2a,1)$ y sea s la recta dada por

$$\begin{cases} -2x+y &= -2 \\ -ax+z &= 0 \end{cases}$$

a) **[1 punto]** Calcula los valores de a para los que r y s son paralelas.

b) **[1'5 puntos]** Calcula, para $a=1$, la distancia entre r y s.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2012-2013

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea $f : (-\infty, 1) \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} x + 2e^{-x} & \text{si} \quad x \leq 0, \\ a\sqrt{b-x} & \text{si} \quad 0 < x < 1. \end{cases}$

a) [**1'5 puntos**] Determina a y b sabiendo que f es derivable en todo su dominio.

b) [**1 punto**] Halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

Ejercicio 2.- [**2'5 puntos**] Sea $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $g(x) = \ln(x^2 + 1)$ (donde ln denota el logaritmo neperiano). Calcula la primitiva de g cuya gráfica pasa por el origen de coordenadas.

Ejercicio 3.- Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

a) [**1'5 puntos**] Comprueba que $A^2 = 2I$ y calcula A^{-1}.

b) [**1 punto**] Calcula A^{2013} y su inversa.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $P(2, 3, 1)$ y $Q(0, 1, 1)$.

a) [**1'75 puntos**] Halla la ecuación del plano π respecto del cual P y Q son simétricos.

b) [**0'75 puntos**] Calcula la distancia de P a π.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2012-2013

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Un alambre de 10 metros de longitud se divide en dos trozos. Con uno de ellos se forma un triángulo equilátero y con el otro un cuadrado. Halla la longitud de dichos trozos para que la suma de las áreas sea mínima.

Ejercicio 2.-

a) [2 puntos] Determina la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f'(x) = (2x+1)e^{-x}$ y su gráfica pasa por el origen de coordenadas.

b) [0'5 puntos] Calcula la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) [1 punto] Halla, si es posible, A^{-1} y B^{-1}.

b) [0'25 puntos] Halla el determinante de $AB^{2013}A^t$ siendo A^t la matriz traspuesta de A.

c) [1'25 puntos] Calcula la matriz X que satisface $AX - B = AB$.

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $2x + y + 3z - 6 = 0$.

a) [1'5 puntos] Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano π con los ejes coordenados.

b) [1 punto] Calcula el volumen del tetraedro determinado por el plano π y los planos coordenados.

Instrucciones:
- **a) Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- **b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- **c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- **d)** Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- **e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \dfrac{2\ln(x)}{x^2}$ (donde ln denota el logaritmo neperiano).

a) [**1'75 puntos**] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

b) [**0'75 puntos**] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

Ejercicio 2.- Sea $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $g(x) = -x^2 + 6x - 5$.

a) [**0'75 puntos**] Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de g en el punto de abscisa $x = 4$.

b) [**1'75 puntos**] Esboza el recinto limitado por la gráfica de g y la recta $x - 2y + 2 = 0$. Calcula el área de este recinto.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales,

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} 2x & - & 4y & + & 6z & = & 6 \\ & & my & + & 2z & = & m+1 \\ -3x & + & 6y & - & 3mz & = & -9 \end{array}\right\}.$$

a) [**1'75 puntos**] Discute el sistema según los valores del parámetro m.

b) [**0'75 puntos**] Resuélvelo para $m = 3$. Para dicho valor de m, calcula, si es posible, una solución en la que $y = 0$.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(1, 0, 2), B(-1, 3, 1), C(2, 1, 2)$ y $D(1, 0, 4)$.

a) [**1 punto**] Halla la ecuación del plano que contiene a A, B y C.

b) [**1'5 puntos**] Halla el punto simétrico de D respecto del plano $x - y - 5z + 9 = 0$.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2012-2013

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Halla las dimensiones del rectángulo de área máxima inscrito en un triángulo isósceles de 6 metros de base (el lado desigual) y 4 metros de alto.

Ejercicio 2.- Sean f y g las funciones definidas por $f(x) = 2 - x$ y $g(x) = \dfrac{2}{x+1}$ para $x \neq -1$.

a) **[0'5 puntos]** Calcula los puntos de corte entre las gráficas de f y g.

b) **[0'5 puntos]** Esboza las gráficas de f y g sobre los mismos ejes.

c) **[1'5 puntos]** Halla el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales,

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} x & + & 2y & + & z & = & 0 \\ x & - & y & + & mz & = & m-2 \\ mx & + & y & + & 3z & = & m-2 \end{array}\right\}.$$

a) **[1'75 puntos]** Discute el sistema según los valores del parámetro m.

b) **[0'75 puntos]** Resuélvelo, si es posible, para $m = 2$.

Ejercicio 4.- [2'5 puntos] Determina el punto de la recta $r \equiv \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y}{2} = z+1$ que equidista de los planos

$$\pi_1 \equiv x - y + 3z + 2 = 0 \quad \text{y} \quad \pi_2 \equiv \left\{\begin{array}{rcl} x & = & -4 + \lambda - 3\mu \\ y & = & 1 + \lambda \\ z & = & \mu \end{array}\right.$$

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$ para $x \geq -1, x \neq 0$.

a) [**1 punto**] Calcula los límites laterales de f en $x = 0$.

b) [**1'5 puntos**] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

Ejercicio 2.- [**2'5 puntos**] Calcula $\displaystyle\int_2^4 \frac{e^x}{1+\sqrt{e^x}}\,dx$. *Sugerencia:* se puede hacer el cambio de variable $t = \sqrt{e^x}$.

Ejercicio 3.- Sea M una matriz cuadrada de orden 3 tal que su determinante es $\det(M) = 2$. Calcula:

a) [**0'5 puntos**] El rango de M^3.

b) [**0'75 puntos**] El determinante de $2M^t$ (M^t es la matriz traspuesta de M).

c) [**0'75 puntos**] El determinante de $(M^{-1})^2$.

d) [**0'5 puntos**] El determinante de N, donde N es la matriz resultante de intercambiar la primera y segunda filas de M.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(0,5,3), B(-1,4,3), C(1,2,1)$ y $D(2,3,1)$.

a) [**1'75 puntos**] Comprueba que los cuatro puntos son coplanarios y que $ABCD$ es un rectángulo.

b) [**0'75 puntos**] Calcula el área de dicho rectángulo.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2012-2013

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \dfrac{x}{\ln(x)}$ para $x > 0, x \neq 1$ (donde ln denota el logaritmo neperiano).

a) **[1'25 puntos]** Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de f.

b) **[1'25 puntos]** Calcula la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = e$.

Ejercicio 2.- **[2'5 puntos]** Sea $g : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$g(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x}}.$$

Determina la primitiva de g cuya gráfica pasa por el punto $P(1, 0)$. *Sugerencia:* se puede hacer el cambio de variable $t = \sqrt{x}$.

Ejercicio 3.- Sean

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 \\ -1 & m & m-2 \\ m & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

a) **[1'25 puntos]** Determina el rango de A según los valores del parámetro m.

b) **[0'75 puntos]** Discute el sistema $AX = B$ según los valores del parámetro m.

c) **[0'5 puntos]** Resuelve el sistema $AX = B$ para $m = 1$.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(1, 2, 1), B(-1, 0, 2)$ y $C(3, 2, 0)$ y el plano π determinado por ellos.

a) **[1'75 puntos]** Halla la ecuación de la recta r que está contenida en π y tal que A y B son simétricos respecto de r.

b) **[0'75 puntos]** Calcula la distancia de A a r.

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea f la función definida por $f(x) = \dfrac{k}{(x-a)(2x-1)}$ para $x \neq a$ y $x \neq \frac{1}{2}$.

a) [**1 punto**] Halla a y k sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto $(0,2)$ y que la recta $x = 2$ es una asíntota de dicha gráfica.

b) [**1'5 puntos**] Para $k = 4$ y $a = 2$, halla los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

Ejercicio 2.- [**2'5 puntos**] Calcula $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \operatorname{sen}(2x)\,dx$.

Ejercicio 3.- Sean A y B las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{y } B = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -9 & 5 \end{pmatrix}.$$

a) [**1'25 puntos**] Calcula las matrices X e Y para las que $2X - Y = A$ y $X - 3Y = B$.

b) [**1'25 puntos**] Halla la matriz Z que verifica $B^2 + ZA + B^t = 3I$ (I denota la matriz identidad y B^t la matriz traspuesta de B).

Ejercicio 4.- Considera las rectas r y s dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 - 3\lambda \\ y = 3 + 5\lambda \\ z = \lambda \end{cases} \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ z - 5 = 0 \end{cases}$$

a) [**1 punto**] Determina la posición relativa de r y s.

b) [**1'5 puntos**] Calcula la distancia entre r y s.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2012-2013

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [**2'5 puntos**] Un rectángulo está inscrito en un semicírculo de $\sqrt{5}$ cm. de radio, de forma que uno de sus lados está contenido en el diámetro del semicírculo y el lado opuesto tiene sus vértices sobre la semicircunferencia. Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que es el de mayor perímetro posible.

Ejercicio 2.- [**2'5 puntos**] Halla $\displaystyle\int \frac{x+1}{1+\sqrt{x}}\,dx$. *Sugerencia:* se puede hacer el cambio de variable $t=\sqrt{x}$.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} x & - & y & + & z & = & 0 \\ 2x & + & 3y & - & z & = & 3 \end{array}\right\}.$$

a) [**1'5 puntos**] Determina el valor de m para el que al añadir la ecuación

$$x+my+4z=-3$$

al sistema anterior se obtenga un sistema con las mismas soluciones.

b) [**1 punto**] Calcula la solución del sistema para la que la suma de los valores de las incógnitas sea 6.

Ejercicio 4.- Del paralelogramo $ABCD$ se conocen los vértices $A(-1,0,3), B(2,-1,1)$ y $C(3,2,-3)$.

a) [**1 punto**] Halla la ecuación del plano que contiene al paralelogramo.

b) [**1 punto**] Halla la ecuación de la recta que contiene a la diagonal AC del paralelogramo.

c) [**0'5 puntos**] Calcula las coordenadas del vértice D.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2012-2013

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] Considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Determina a, b y c sabiendo que la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$ es $y + x = -3$ y que el punto de inflexión tiene abscisa $x = 1$.

Ejercicio 2.- Sea $g : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ la función definida por $g(x) = |\ln(x)|$ (donde ln denota el logaritmo neperiano).

a) **[1'25 puntos]** Esboza el recinto limitado por la gráfica de g y la recta $y = 1$. Calcula los puntos de corte entre ellas.

b) **[1'25 puntos]** Calcula el área del recinto anterior.

Ejercicio 3.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) **[1'25 puntos]** Calcula X e Y tales que $X - Y = A^t$ y $2X - Y = B$ (A^t es la matriz traspuesta de A).

b) **[1'25 puntos]** Calcula Z tal que $AZ = BZ + A$.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(1, 2, 3)$ y $B(-1, 0, 4)$.

a) **[1'25 puntos]** Calcula las coordenadas de los puntos que dividen al segmento AB en tres partes iguales.

b) **[1'25 puntos]** Halla la ecuación del plano que pasa por el punto A y es perpendicular al segmento AB.

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2012-2013
MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea g la función definida por $g(x) = \dfrac{mx^3}{(x-n)^2}$ para $x \neq n$.

a) **[1'75 puntos]** Halla m y n sabiendo que la recta $y = 2x - 4$ es una asíntota de la gráfica de g.

b) **[0'75 puntos]** Determina si la gráfica de g es simétrica respecto al origen.

Ejercicio 2.- **[2'5 puntos]** De la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ se sabe que alcanza un máximo relativo en $x = 1$, que la gráfica tiene un punto de inflexión en $(0, 0)$ y que $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx = \frac{5}{4}$. Calcula a, b, c y d.

Ejercicio 3.- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}.$$

a) **[0'75 puntos]** Halla A^{-1}.

b) **[1'25 puntos]** Calcula la matriz X que satisface $AX = B^tC$ (B^t es la matriz traspuesta de B).

c) **[0'5 puntos]** Halla el determinante de $A^{2013}B^tB(A^{-1})^{2013}$.

Ejercicio 4.- **[2'5 puntos]** Calcula la distancia entre las rectas

$$r \equiv x = y = z \quad \text{y} \quad s \equiv x - 1 = y - 2 = z - 3.$$

UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CURSO 2012-2013

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:
a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1.- [**2'5 puntos**] Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Se sabe que un punto de inflexión de la gráfica de f tiene abscisa $x = 1$ y que f tiene un mínimo relativo en $x = 2$ de valor -9. Calcula a, b y c.

Ejercicio 2.- [**2'5 puntos**] Calcula $\displaystyle\int_2^4 \frac{x^2}{x^2 - 6x + 5}\, dx$.

Ejercicio 3.- Sabiendo que el determinante de una matriz $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ p & q & r \end{pmatrix}$ es 4, calcula los siguientes determinantes indicando, en cada caso, las propiedades que utilizas:

a) [**1 punto**] $\det(-2A)$ y $\det(A^{-1})$.

b) [**1'5 puntos**] $\begin{vmatrix} a & -b & c \\ 2d & -2e & 2f \\ p & -q & r \end{vmatrix}$ y $\begin{vmatrix} -3d & -3e & -3f \\ a & b & c \\ -p & -q & -r \end{vmatrix}$

Ejercicio 4.- [**2'5 puntos**] Considera las rectas

$$r \equiv x = y = z \qquad s \equiv \left\{ \begin{array}{rcl} x & = & 2 \\ y & = & 1 \end{array} \right. \qquad \text{y} \quad t \equiv \left\{ \begin{array}{rcr} x & = & 1 + 2\lambda \\ y & = & 3\lambda \\ z & = & -1 + \lambda \end{array} \right.$$

Halla la recta que corta a r y a s y es paralela a t.
