



Instrucciones: a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- Considera la función f definida por

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x + 4}{2x + 2} \quad \text{para } x \neq -1.$$

- (a) [1,5 puntos] Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f .
- (b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea la función $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}$. Halla la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(1, 1)$. (Sugerencia: cambio de variable $t = e^x$).

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula todas las matrices $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ tales que $a + d = 1$, tienen determinante 1 y cumplen $AX = XA$, siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 4.- Considera la recta $r \equiv \frac{x-2}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{1}$ y los planos $\pi_1 \equiv x = 0$ y $\pi_2 \equiv y = 0$.

- (a) [1,25 puntos] Halla los puntos de la recta r que equidistan de los planos π_1 y π_2 .
- (b) [1,25 puntos] Determina la posición relativa de la recta r y la recta intersección de los planos π_1 y π_2 .



**PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA
UNIVERSIDAD
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2018-2019**

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = (x - a)e^x$.

(a) [1,25 puntos] Determina a sabiendo que la función tiene un punto crítico en $x = 0$.

(b) [1,25 puntos] Para $a = 1$, calcula los puntos de inflexión de la gráfica de f .

Ejercicio 2.- Considera la funciones $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \ln(x + 2)$ (\ln denota la función logaritmo neperiano) y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $g(x) = \frac{1}{2}(x - 3)$.

(a) [1 punto] Esboza el recinto que determinan la gráfica de f , la gráfica de g , la recta $x = 1$ y la recta $x = 3$. (No es necesario calcular los puntos de corte entre las dos gráficas).

(b) [1,5 puntos] Determina el área del recinto anterior.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 - m & 1 & 2m - 1 \\ 1 & m & 1 \\ m & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2m^2 - 1 \\ m \\ 1 \end{pmatrix}$,

considera el sistema de ecuaciones lineales dado por $X^t A = B^t$, donde X^t, B^t denotan las traspuestas. Discútelo según los distintos valores de m .

Ejercicio 4.- Considera el triángulo cuyos vértices son los puntos $A(1, 1, 0)$, $B(1, 0, 2)$ y $C(0, 2, 1)$.

(a) [1,25 puntos] Halla el área de dicho triángulo.

(b) [1,25 puntos] Calcula el coseno del ángulo en el vértice A .



Instrucciones: a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Dada la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 6 - \frac{1}{6}x^2$, calcula las dimensiones del rectángulo de área máxima, de lados paralelos a los ejes, inscrito en el recinto comprendido entre la gráfica de f y la recta $y = 0$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Determina la función $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ sabiendo que es derivable, que su función derivada cumple

$$f'(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}$$

(\ln denota la función logaritmo neperiano) y que la gráfica de f pasa por el punto $(1, 0)$.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ (m + 2)x + y - z = m \\ 3x + (m + 2)y + z = m \end{cases}$$

(a) **[1,5 puntos]** Discute el sistema según los valores de m .

(b) **[1 punto]** Resuelve el sistema, si es posible, para $m = 0$.

Ejercicio 4.- Se consideran los vectores $\vec{u} = (1, 2, 3)$, $\vec{v} = (1, -2, -1)$ y $\vec{w} = (2, \alpha, \beta)$, donde α y β son números reales.

(a) **[0,75 puntos]** Determina los valores de α y β para los que \vec{w} es ortogonal a los vectores \vec{u} y \vec{v} .

(b) **[0,75 puntos]** Determina los valores de α y β para los que \vec{w} y \vec{v} tienen la misma dirección.

(c) **[1 punto]** Para $\alpha = 8$, determina el valor de β para el que \vec{w} es combinación lineal de \vec{u} y \vec{v} .



Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se sabe que la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen}(x) + ax + b & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{\ln(x+1)}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

(\ln denota la función logaritmo neperiano) es derivable. Calcula a y b .

Ejercicio 2.- Sea la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = xe^{-x^2}$.

- (a) [1,25 puntos] Calcula los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes coordenados y los extremos relativos de f (abscisas en los que se obtienen y valores que se alcanzan).
- (b) [1,25 puntos] Determina $a > 0$ de manera que sea $\frac{1}{4}$ el área del recinto determinado por la gráfica de f en el intervalo $[0, a]$ y el eje de abscisas.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula, en grados, los tres ángulos de un triángulo sabiendo que el menor de ellos es la mitad del ángulo mayor y que la suma del ángulo menor y el ángulo mayor es el doble del otro ángulo.

Ejercicio 4.- Considera las rectas $r \equiv \frac{x-2}{1} = \frac{y-k}{2} = \frac{z}{2}$ y $s \equiv \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$.

- (a) [1,5 puntos] Halla k sabiendo que ambas rectas se cortan en un punto.
- (b) [1 punto] Para $k = 1$, halla la ecuación general del plano que contiene a r y es paralelo a s .



Instrucciones: a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- Según un determinado modelo, la concentración en sangre de cierto medicamento viene dada por la función $C(t) = te^{-t/2}$ mg/ml, siendo t el tiempo en horas transcurridas desde que se le administra el medicamento al enfermo.

- (a) [2 puntos] Determina, si existe, el valor máximo absoluto de la función y en qué momento se alcanza.
- (b) [0,5 puntos] Sabiendo que la máxima concentración sin peligro para el paciente es 1 mg/ml, señala si en algún momento del tratamiento hay riesgo para el paciente.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Dado un número real $a > 0$, considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = x^2 - ax$, y la recta $y = 2ax$. Determina a sabiendo que el área del recinto limitado por la gráfica de f y la recta anterior es 36.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, halla la matriz X que cumple

$AX = (A^{-1}A^t + I)^2$, siendo A^t la matriz traspuesta de A e I la matriz identidad de orden 3.

Ejercicio 4.- Considera la recta $r \equiv \begin{cases} x + y + 2 = 0 \\ -y + z + 5 = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv 2x + y - mz = 1$.

- (a) [1,25 puntos] Calcula m sabiendo que r y π son paralelos.
- (b) [1,25 puntos] Para $m = -1$, calcula la distancia entre r y π .



Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Dada $f: (1, e) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \frac{1}{x} + \ln(x)$ (ln denota la función logaritmo neperiano), determina la recta tangente a la gráfica de f que tiene pendiente máxima.

Ejercicio 2.- Sea $f: \left[0, \frac{\pi}{6}\right] \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua y sea F la primitiva de f que cumple $F(0) = \frac{\pi}{3}$ y $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \pi$. Calcula:

(a) [1 punto] $\int_0^{\frac{\pi}{6}} (3f(x) - \cos(x)) dx$

(b) [1,5 puntos] $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \operatorname{sen}(F(x))f(x) dx$

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + \lambda y + z = 4 \\ -\lambda x + y + z = 1 \\ x + y + z = \lambda + 3 \end{cases}$$

(a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores de λ .

(b) [1 punto] Resuelve el sistema, si es posible, para $\lambda = 1$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Halla cada uno de los puntos de la recta $r \equiv \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$ de manera que junto con los puntos $A(1, 1, 0)$, $B(1, 0, 1)$ y $C(0, 1, 1)$ formen un tetraedro de volumen $\frac{5}{6}$.



Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Dada la función $f: (0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$, calcula sus máximos y mínimos relativos y los puntos de inflexión de la gráfica de f (abscisas en los que se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función dada por

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x - 8 & \text{si } x \leq 4 \\ x^2 - 6x + 8 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

- (a) [1,5 puntos] Calcula los puntos de corte entre la gráfica de f y la recta $y = 2x - 4$. Esboza el recinto que delimitan la gráfica de f y la recta.
- (b) [1 punto] Calcula el área del recinto anterior.

Ejercicio 3.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & m & 1 \\ m-1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ k \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

- (a) [1,25 puntos] Estudia el rango de A según los valores de m .
- (b) [1,25 puntos] Sabiendo que para $m = 1$ el sistema dado por $AX = B$ tiene solución, encuentra k y resuélvelo.

Ejercicio 4.- Considera la recta $r \equiv \frac{x-4}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{5}$ y el plano $\pi \equiv 2x + y - z + 3 = 0$.

- (a) [1,25 puntos] Halla la ecuación general del plano perpendicular a π que contiene a r .
- (b) [1,25 puntos] Calcula la distancia entre r y π .



Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Considera la función f definida por

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + 1} \quad \text{para } cx + 1 \neq 0.$$

Determina a , b y c sabiendo que la recta $x = -1$ es una asíntota vertical a la gráfica de f y que $y = 2x + 4$ es la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = -4x^2 + a$, siendo $a > 0$ un número real. Esboza el recinto limitado por la gráfica de f y la recta $y = 0$. Calcula a sabiendo que el área del recinto es 18.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} mx + (m + 1)z = m \\ my + z = m \\ y + mz = m \end{cases}$$

(a) [1,75 puntos] Discute el sistema según los valores de m .

(b) [0,75 puntos] Resuélvelo, si es posible, para $m = 1$.

Ejercicio 4.- Se consideran los puntos $A(0, -1, 3)$, $B(2, 3, -1)$ y la recta $r \equiv \frac{x + 2}{1} = \frac{y - 2}{2} = \frac{z - 3}{3}$.

(a) [1,25 puntos] Halla un punto C de r de forma que el triángulo ABC sea rectángulo en A .

(b) [1,25 puntos] Calcula los puntos de r que equidistan de los puntos A y B .



Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - e^{-2x} - 2x}{\sin^2(x)}$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\int \ln\left(\frac{x^2+1}{x}\right) dx$ (\ln denota la función logaritmo neperiano).

Ejercicio 3.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & m & 1 \\ m-1 & m & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(a) [1 punto] Calcula los valores de m para los cuales A tiene inversa.

(b) [1,5 puntos] Para $m = 2$, encuentra la matriz X que cumple $AX - BB^t = I$, siendo B^t la matriz traspuesta de B e I la matriz identidad de orden 3.

Ejercicio 4.- Considera el punto $A(2, 1, 0)$ y los planos $\pi_1 \equiv x + y + z = 0$ y $\pi_2 \equiv x - y + z = 0$.

(a) [1,25 puntos] Calcula la recta que pasa por A y es paralela a π_1 y a π_2 .

(b) [1,25 puntos] Calcula los puntos de la recta $s \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{2}$ que equidistan de π_1 y π_2 .



Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se sabe que la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 2b & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{\ln(x+1)}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

(In denota la función logaritmo neperiano) es derivable. Calcula a y b .

Ejercicio 2.- Sean las funciones $f, g: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = \sin(x)$ y $g(x) = \sin(2x)$.

(a) [1 punto] Esboza sus gráficas en unos mismos ejes coordenados y calcula sus puntos de corte.

(b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por ambas gráficas y las rectas $x = 0$ y $x = \frac{\pi}{3}$.

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} mx - y + 13z = 0 \\ 2x - my + 4z = 0 \\ x + y + 7z = 0 \end{cases}$$

(a) [1,5 puntos] Encuentra los valores de m para los que el sistema tiene infinitas soluciones.

(b) [1 punto] Resuelve el sistema para $m = 3$. En este caso, ¿hay alguna solución en la que $x = 10$? Razona tu respuesta.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(0, 3, -1)$ y $B(0, 1, a)$ y el plano π de ecuación $x - y + z = 0$.

(a) [0,75 puntos] Determina a sabiendo que la recta que pasa por A y por B es paralela al plano π .

(b) [0,75 puntos] Halla el punto de corte del plano π con la recta que pasa por A y es perpendicular a dicho plano.

(c) [1 punto] Para $a = 2$, halla el plano que contiene a los puntos A y B y es perpendicular al plano π .



Instrucciones: a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- Se considera la función $f: (-2\pi, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \frac{\cos(x)}{2 + \cos(x)}$$

- (a) [1,5 puntos] Calcula sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
- (b) [1 punto] Halla sus máximos y mínimos relativos (abscisas en los que se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- Sea f la función definida por $f(x) = \frac{x^4}{x^2 - 1}$ para $x \neq 1, -1$.

- (a) [2 puntos] Halla todas las funciones primitivas de f .
- (b) [0,5 puntos] Calcula la primitiva que pasa por $(2, 0)$.

Ejercicio 3.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ de la que se sabe que tiene determinante 5.

- (a) [1,75 puntos] Calcula, indicando las propiedades que utilices, los determinantes de las matrices siguientes:

$$3A \quad \text{y} \quad \begin{pmatrix} 2a & d + 3a & g \\ 2b & e + 3b & h \\ 2c & f + 3c & i \end{pmatrix}.$$

- (b) [0,75 puntos] Si B es otra matriz cuadrada de orden 3 y tiene determinante 4, calcula, indicando también las propiedades que utilices, el determinante de la matriz BA^{-1} .

Ejercicio 4.- Sea r la recta que pasa por el punto $P(2, -2, -1)$ con vector director $\vec{v} = (k, 3 + k, -2k)$ y sea π el plano de ecuación $-x + 2y + 2z - 1 = 0$.

- (a) [0,5 puntos] Calcula el valor de k para que r sea paralela a π .
- (b) [0,5 puntos] Calcula el valor de k para que r sea perpendicular a π .
- (c) [1,5 puntos] Para $k = -1$, calcula los puntos de r que distan 3 unidades de π .



Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se sabe que la gráfica de la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c,$$

tiene un punto de inflexión para $x = 1$ y que la ecuación de la recta tangente a dicha gráfica en ese punto es $y = -6x + 6$. Calcula a , b y c .

Ejercicio 2.- Considera las funciones $f, g: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = \cos(x)$ y $g(x) = \sin(x)$.

(a) [1 punto] Esboza sus gráficas en unos mismos ejes coordenados y calcula sus puntos de corte.

(b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto delimitado por las gráficas de f y de g en el intervalo $\left[-\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$.

Ejercicio 3.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

(a) [1,5 puntos] Encuentra los valores de a para los que el sistema dado por $AX = 2X$ tiene infinitas soluciones.

(b) [1 punto] Para $a = 0$, si es posible, resuelve $AX = 2X$.

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(-5, 3, 1)$ y la recta $r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

(a) [1 punto] Calcula la ecuación general del plano que pasa por P y contiene a r .

(b) [1,5 puntos] Calcula la ecuación de la recta que pasa por P y corta perpendicularmente a r .